

**PENERAPAN METODE PERMUKAAN RESPON UNTUK OPTIMALISASI
KUALITAS PRODUK
(STUDI KASUS : PENGEMBANGAN PRODUK *CAKE* DENGAN SUBSTITUSI
TEPUNG KACANG MERAH)**



Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat untuk Meraih
Gelar Sarjana Matematika (S.Mat) Jurusan Matematika
Pada Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Alauddin Makassar

Oleh :

YULIA MERDEKAWATI

60600111073

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI ALAUDDIN
MAKASSAR
2017**

PENGESAHAN SKRIPSI

Skripsi yang berjudul “Penerapan Metode Permukaan Respon Untuk Optimalisasi Kualitas Produk (Studi Kasus Pengembangan Produk Cake dengan Substitusi Tepung Kacang Merah)”, yang disusun oleh Saudari **Yulia Merdekawati**, Nim: **60600111073** Mahasiswa Jurusan Matematika pada Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar, telah diuji dan dipertahankan dalam sidang *munaqasyah* yang diselenggarakan pada hari Selasa tanggal **30 Agustus 2016 M**, bertepatan dengan **26 Dzulkaida 1437 H**, dinyatakan telah dapat diterima sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika (S.Mat.).

Makassar, 30 Agustus 2016 M

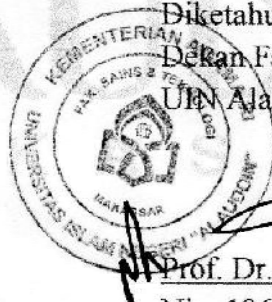
26 Dzulkaida 1437 H

DEWAN PENGUJI

Ketua	: Prof. Dr. H. Arifuddin Ahmad, M.Ag.	(.....)
Sekretaris	: Wahyuni Abidin, S.Pd., M.Pd.	(.....)
Munaqisy I	: Wahidah Alwi, S.Si., M.Si.	(.....)
Munaqisy II	: Adnan Sauddin, S.Pd., M.Si.	(.....)
Munaqisy III	: Dr. Hasyim Haddade, S.Ag., M.Ag.	(.....)
Pembimbing I	: Irwan, S.Si., M.Si.	(.....)
Pembimbing II	: Try Azisah Nurman, S.Pd., M.Pd.	(.....)

Diketahui oleh:

Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Alauddin Makassar



Prof. Dr. H. Arifuddin Ahmad, M.Ag

Nip. 19691205 199303 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Dengan penuh kesadaran, penyusun yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama : Yulia Merdekawati

Nim : 60600111073

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Penerapan Metode Permukaan Respon Untuk Optimalisasi Kualitas Produk (Studi Kasus : Pengembangan Produk *Cake* dengan Substitusi Tepung Kacang Merah)

Menyatakan bahwa skripsi ini benar hasil karya penyusun sendiri. Jika dikemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan duplikat, tiruan, plagiat, atau dibuat oleh orang lain, sebagian atau seluruhnya, maka skripsi dan gelar yang diperoleh karenanya batal demi hukum.

Makassar,

2017

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
ALAUDDIN
M A K A S S A R


Yulia Merdekawati
Nim : 6060011073

MOTTO DAN PERSEMBAHAN

“Hidup adalah buah pikiran, Bersiaplah menghadapi keadaan terburuk, niscaya kita akan merasa lebih baik.”

Allah SWT berfirman dalam surah al-kahfi

قَالَ سَتَجِدُنِي إِن شَاءَ اللَّهُ صَابِرًا وَلَا أَعْصِي لَكَ أَمْرًا

Yang artinya : “ *Musa berkata: "Insya Allah kamu akan mendapati aku sebagai orang yang sabar, dan aku tidak akan menentangmu dalam sesuatu urusanpun".*

(QS. Al-Kahfi 18 : 69)

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
ALAUDDIN
M A K A S S A R

Persembahan

Kupersembahkan karya yang sederhana ini untuk

Ayahanda dan Ibunda tercinta dengan seluruh cinta dan kasih sayang yang tak bisa tergantikan dengan seluruh isi dunia yang ada, senantiasa tak pernah melewatkan doa serta pengorbanan yang tulus dan tak pernah berhenti. Setiap jerih payah dan tetesan bulir keringatmu akan menjadi saksi betapa berharganya pengorbananmu.

Keluarga, sahabat, teman-teman tenaga pendidik, dan seluruh siswa (i) ku yang senantiasa menemani hari-hariku dan tak hentinya memberi dukungan.

Seluruh Guru dan Dosen yang telah membimbing dan memberikan banyak ilmu dengan ikhlas kepadaku selama menempuh jenjang pendidikan. Terima kasih atas

segala ilmu yang telah Engkau berikan, semoga senantiasa menjadi ilmu yang bermanfaat dan barokah.

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Alhamdulillah rabbil'alam, segala puji syukur ke hadirat Allah Swt atas limpahan rahmat, taufiq dan hidayah-Nya, hingga penulis mampu menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul “Penerapan Metode Permukaan Respon Untuk Optimalisasi Produk (Studi Kasus : Pengembangan Produk *Cake* Dengan Subtitusi Tepung Kacang Merah)“ ini. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada junjungan Nabi besar Muhammad Rasulullah Saw., sebagai *uswatun hasanah* dalam meraih kesuksesan di dunia dan akhirat.

Melalui tulisan ini pula, penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang tulus, teristimewa kepada kedua orang tua tercinta Ayahanda Anwar Sirajuddin dan Ibunda Hamriani atas segala do’a restu, kasih sayang, pengorbanan dan perjuangan yang telah diberikan selama ini. Kepada beliau penulis senantiasa memanjatkan do’a semoga Allah Swt., mengasihi dan mengampuni dosanya. Amin.

Keberhasilan penulisan skripsi ini tidak lepas dari bimbingan, pengarahan dan bantuan dari berbagai pihak baik berupa pikiran, motivasi, tenaga, maupun do’a. Karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. H. Musafir Pababbari, M.Si., Rektor UIN Alauddin Makassar beserta seluruh jajarannya.
2. Bapak Prof. Dr. H. Arifuddin Ahmad, M.Ag., Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar.

3. Bapak Irwan, S.Si.,M.Si. dan Ibu Wahidah Alwi, S.Si., M.Si., Ketua dan Sekretaris Jurusan Matematika
4. Bapak Irwan, S.Si.,M.Si., dan Ibu Try Azizah Nurman, S.Pd.,M.Pd., Pembimbing I dan II yang dengan sabar telah meluangkan waktu demi memberikan bimbingan dan pengarahan dalam penyelesaian skripsi ini.
5. Seluruh Dosen Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar yang telah menyalurkan ilmunya kepada penulis selama berada di bangku kuliah.
6. Segenap karyawan dan karyawan Fakultas Sains dan Teknologi yang telah bersedia melayani penulis dari segi administrasi dengan baik selama penulis terdaftar sebagai mahasiswa Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar.
7. Adikku tersayang Cici Nur Israwati dan Muhammad Harun Gunawan, serta keluarga-keluarga tercinta yang selalu membantu dan memberi dukungan serta semangat selama menjalani aktivitas kuliah.
8. Sahabat-sahabat “ASC” Herling S.H, Misbahuddin Amin S.H, Jumriani A.md,Keb. Dwi Wahyuni, St. Nurwahidah. S, Hardiyanti Hidayat, St. Nurjannah hamzah, Depi Damayanti S.Pd.,dan Sarmin syair, SE yang selalu membantu, mengingatkan dan memberi dukungan serta semangat selama menjalani aktivitas kuliah.
9. Seluruh teman-teman seperjuangan di keluarga “***LIMIT 011***” yang telah memotivasi penulis untuk segera menyelesaikan skripsi.

10. Seluruh teman-teman staf tenaga pengajar sebagai pendidik dan siswa (i) ku di Yayasan Pendidikan Nurkarya Tidung Makassar yang telah banyak memberikan bantuan baik berupa materi maupun secara moril agar penulis cepat menyelesaikan tugas akhirnya.
11. Saudara-saudara yang telah banyak memberikan bantuan berupa moril dan materil yang tidak bisa saya sebutkan namanya satu persatu. Rasa terima kasih yang tiada hentinya penulis haturkan, semoga bantuan yang telah diberikan bernilai ibadah di sisi Allah Swt., dan mendapat pahala yang setimpal. Amin.

Akhirnya, diharapkan agar hasil penelitian ini dapat bermanfaat dan menambah khasanah ilmu pengetahuan.

Amin Ya Rabbal Alamin

Makassar,

2017

Penulis

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
ALAUDDIN
M A K A S S A R

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI.....	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
MOTTO DAN PERSEMBAHAN.	iv
KATA PENGANTAR.....	v
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR TABEL.	xi
DAFTAR GAMBAR.....	xii
DAFTAR SIMBOL.....	xiii
ABSTRAK.	xv
<i>ABSTRAK</i>.....	xvi
BAB I PENDAHULUAN.....	1-14
A. Latar Belakang	1
B. Rumusan Masalah	12
C. Tujuan Penelitian	12
D. Manfaat Penelitian	12
E. Batasan Masalah	13
F. Sistematika Penulisan	13
BAB II KAJIAN PUSTAKA	15-58
A. Rancangan Percobaan	15
B. Matriks.....	26
C. Metode Permukaan Respon	43

1. Analisis regresi.....	43
2. Metode kuadrat terkecil.	48
3. Permukaan respon.....	50
D. Metode Dakian Tercuram	52
1. Titik stasioner.....	54
2. Anava.	55
E. Tinjauan Produk Cake	55
1. <i>Cake pie</i>	57
2. <i>Cup cake</i>	57
3. <i>Small cake</i>	58
BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	59-62
A. Jenis Penelitian.....	59
B. Sumber Data	59
C. Variabel Penelitian	59
D. Prosedur Penelitian	60
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	63-100
A. Hasil Penelitian.....	63
1. Analisis data dengan Metode Permukaan Respon.....	
2. Analisis Metode Dakian Tercuram.....	
B. Pembahasan	94
1. Analisis level.....	
2. Analisis produk.....	
BAB V PENUTUP	101-102

A. Kesimpulan	101
B. Saran	102
DAFTAR PUSTAKA	103-104
DAFTAR LAMPIRAN	
RIWAYAT HIDUP	

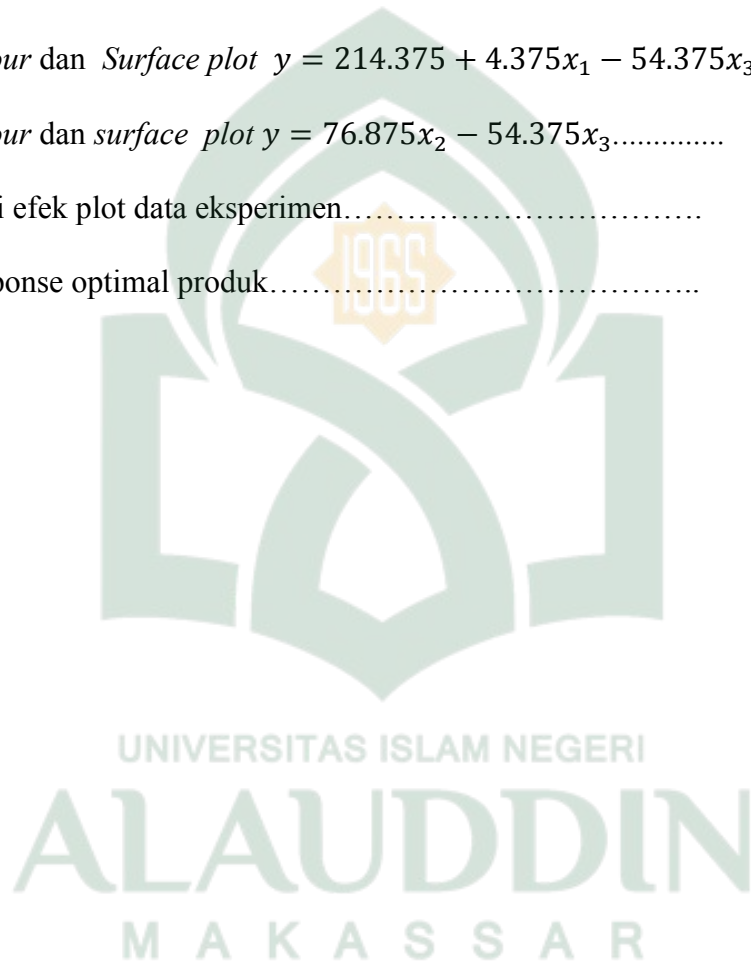


DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Anava RRL	20
Tabel 4.1 Data eksperimen	46
Tabel 4.2 Pengkodean data eksperimen	48
Tabel 4.3 Pola rancangan data eksperimen	49
Tabel 4.4 <i>Coding</i> pola rancangan data eksperimen	50
Tabel 4.5 Matriks rancangan data eksperimen	51
Tabel 4.6 Kalkulasi efek desain rancangan faktorial 2^3	53
Tabel 4.7 Rancangan faktorial 2^3	53
Tabel 4.8 Analisis observasi eksperimen	59
Tabel 4.9 Anava eksperimen	64
Tabel 4.10 Anava regresi	65
Tabel 4.11 Analisis <i>central composite design</i>	68
Tabel 4.12 Pola rancangan data eksperimen	69
Tabel 4.13 Kode level vs nilai level	69
Tabel 4.14 kordinat lintasan dakian tercuram	72
Tabel 4.15 Karakteristik produk yang diujikan	93

DAFTAR GAMBAR

Gambar 4.8 Rancangan faktorial 2^3 eksperimen.....	56
Gambar 4.9 Interaksi plot data eksperimen.	67
Gambar 4.9 <i>Contour</i> dan <i>Surface plot</i> $y = 214.375 + 4.375x_1 + 76.875x_2$	70
Gambar 4.9 <i>Contour</i> dan <i>Surface plot</i> $y = 214.375 + 4.375x_1 - 54.375x_3$	70
Gambar 4.9 <i>Contour</i> dan <i>surface plot</i> $y = 76.875x_2 - 54.375x_3$	71
Gambar 4.10 Nilai efek plot data eksperimen.....	75
Gambar 4.10 Response optimal produk.....	76



DAFTAR SIMBOL

S_{τ}^2 = ragam data akibat perlakuan atau kuadrat tengah perlakuan (KT_P)

S_{ε}^2 = ragam data akibat nonperlakuan atau kuadrat tengah error (KT_E)

$F_{\alpha}(v_P, v_2)$ = nilai F (dari F tabel) pada derajat bebas v_1 (perlakuan) dan v_2 (error) dengan taraf uji sebesar α (5 % dan 1 %).

$\hat{\sigma}^2$ = Model komponen variansi

σ_{λ}^2 = Model pengaruh random yang di analisis komponen-komponen variansi yang di estimasi

n = nilai ukuran yang ditentukan.

\hat{y}_i = model untuk menganalisis model linear

h_i = interpretasi dari ukuran dalam nilai pengungkit.

r_i = nilai residual

t_i = nilai uji residual

d_i = nilai pengungkit

Y = variabel respon

β_0, β_1 = koefisien parameter model, $i = 1, 2, 3, \dots, k$

β_{ii} = koefisien kuadratik dari variabel ke i , $i = 1, 2, 3, \dots, k$

β_{ij} = koefisien interaksi dari interaksi variabel ke i dan j

ε = nilai error

ξ_{kn} = hasil transformasi untuk variabel ke-k dan level ke-n.

x_{kn} = nilai dari variabel bebas ke-k pada level ke-k

\bar{x}_k = rata-rata dari variabel bebas ke-k.

d_n = selisih nilai terbesar dan terkecil variabel bebas ke-k.



ABSTRAK

Nama : Yulia Merdekawati

Nim : 60600111073

Judul : **Penerapan Metode Permukaan Respon Untuk Optimalisasi Kualitas Produk (Studi Kasus : Pengembangan Produk *Cake* Dengan Subtitusi Tepung Kacang Merah)**

Skripsi ini membahas tentang metode permukaan respon dan aplikasinya pada optimasi pengembangan produk *cake* dengan subtitusi tepung kacang merah. Tepung kacang merah berasal dari kacang merah yang berbentuk biji-bijian. Untuk menjadi tepung kacang merah, kacang merah ini diolah melalui proses penepungan. Keunggulan dari dari pengolahan kacang merah menjadi tepung kacang merah adalah meningkatkan daya guna, hasil guna, dan nilai guna, lebih mudah di olah atau di proses menjadi produk yang memiliki nilai ekonomi yang tinggi, dan juga lebih mudah dicampur dengan tepung-tepung dan bahan lainnya. Metode yang digunakan untuk mengoptimisasi optimalisasi kualitas produk *cake* dengan subtitusi tepung kacang merah adalah suatu metode yang disebut permukaan respon (*Response surface methodology*), metode ini menggunakan analisis varians untuk melihat peubah bebas atau interaksi dari peubah bebas yang berpengaruh signifikan terhadap respon. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui nilai taraf optimal yang mempengaruhi kualitas pengembangan produk *cake* dengan subtitusi tepung kacang merah dengan menggunakan metode permukaan respon.

Nilai taraf optimal yang mempengaruhi kualitas pengembangan produk *cake* dengan subtitusi pemberian tepung yaitu jenis produk *cake* level 1 yaitu *cake pie*, subtitusi pemberian tepung level 2 yaitu 50 gr, sedangkan suhu pada level 1 yaitu 170° C. Dari ketiga faktor tersebut maka faktor yang paling berpengaruh terhadap pengembangan produk *cake* yaitu jenis produk *cake* (X_1) dan pemberian subtitusi tepung (X_2) yang digunakan pada saat proses pembakaran *cake*. Dari faktor yang paling berpengaruh tersebut d nilai respon presentase produk *cake pie*, tingkat penerimaannya sebesar 73 % dengan perbandingan 50 : 50 (tepung terigu : tepung kacang merah). Jadi dari nilai level yang berpengaruh maka titik optimum merupakan titik pelana, karena nilai eigen dari matriks yang diperoleh berbeda tanda (positif dan negative) yaitu $\lambda_1 = -0.31$ dan $\lambda_1 = 2.12$. Jadi nilai respon optimum berat hasil pembakaran *cake* diperoleh yaitu 579.11 gr, dengan nilai model optimasi dari nilai berat hasil pembakaran *cake* (\hat{y}) yaitu 237.5 gr.

Kata kunci : Metode *Response surface*, Optimalisasi produk.

ABSTRACT

Name : Yulia Merdekawati

Nim : 60600111073

Title : Application of Response Surface Method for Optimizing Product Quality (Case Study: Product Development substituted Flour Cake With Red Beans)

This thesis discusses the response surface method and its application to the optimization of the product development cake with red bean flour substitution. Red bean flour derived from kidney bean-shaped seeds. To become red bean flour, red bean is processed through a process of flouring. The advantages of the processing of beans into a red bean flour is to improve the efficiency, effectiveness, and value to, easier though or in the process of becoming a product that has a high economic value, and also more easily mixed with flour-flour and other ingredients , The method used to optimize product quality optimization cake with red bean flour substitution is a method called surface response (Response surface methodology), this method using analysis of variance to see the independent variables or interactions of independent variables that significantly influence the response. This study aims to determine the level of influence of the factors that affect the quality of the product development cake with red bean flour substitution using response surface method.

The value of the optimal level that affects the quality of the product development with the substitution provision cake flour cake that is the type of product that is level 1 cake pie, flour substitution Award level 2 is 50 gr, while the temperature in level 1 are 170° C. Of these three factors, the most influential factor the development of products that is the type of product cake cake (X1) and the provision of flour substitution (X2) used during the process of burning cake. Of the most influential factors of the d value of the response percentage pie cake products, the level of acceptance of 73% with a ratio of 50: 50 (flour: red bean flour). So the level of value that affects the optimum point is a saddle point, because the eigenvalues of matrix obtained by different signs (positive and negative) that $\lambda_1 = -0.31$ and $\lambda_1 = 2.12$. So the value of the optimum response heavy cake combustion results obtained are 579.11 g, with the value of the optimization model of heavy grades of combustion cake (y) is 237.5 gr.

Keywords: *Response Surface Method, Optimization products.*

BAB I PENDAHULUAN

A. Latar belakang

Percobaan merupakan hal yang sering dilakukan dalam berbagai bidang ilmu. Tujuan suatu percobaan adalah untuk mendapatkan hasil atau memperoleh informasi dari suatu sumber atau tempat yang akan menghasilkan suatu kajian ilmu baru yang nantinya dapat digunakan untuk suatu penelitian. Misalnya percobaan pembuatan produksi barang baru di suatu pabrik. Dalam ilmu matematika suatu percobaan bukanlah hal yang baru, karena di dalamnya terdapat suatu data atau informasi yang akan di olah atau di analisis lebih lanjut. Jadi dalam matematika percobaan ini biasa disebut dengan rancangan percobaan. Rancangan percobaan merupakan pola atau bentuk eksperimen, yang dilakukan untuk pengamatan baik pengamatan secara acak atau berurutan.

Dalam rancangan percobaan terdapat suatu metode yang disebut permukaan respon (*Response surface methodology*), metode ini menggunakan analisis varians untuk melihat peubah bebas atau interaksi dari peubah bebas yang berpengaruh signifikan terhadap respon. Metode ini cocok untuk peubah bebas yang bertaraf kualitatif dan kuantitatif. Namun untuk peubah bebas yang bertaraf kualitatif, hanya terbatas pada taraf yang dicobakan saja dengan satu indikator. Nilai optimal akan di dapatkan namun saja hanya pada terbatas pada taraf yang dicobakan saja dengan satu indikator.

Sedangkan untuk metode ini harus juga melihat taraf yang lain, dari beberapa indikator, dan maka dari itu metode ini lebih cocok jika menggunakan peubah bebas yang bertaraf kuantitatif, karena kita melihat taraf lain dari beberapa indikator yang dicobakan. Metode permukaan respon digunakan untuk mencari taraf-taraf peubah bebas yang dapat

mengoptimalkan respon. Metode ini memerlukan data yang tidak terlalu banyak, sehingga kondisi optimum respon dapat diperoleh dengan waktu yang tidak terlalu lama dan biaya yang minimum.¹

Penciptaan barang atau jasa meliputi transformasi atau perubahan input menjadi output. Berbagai input seperti modal, tenaga kerja, dan informasi yang digunakan untuk menciptakan barang atau jasa dengan menggunakan satu contoh barang dan jasa yang dapat ditemukan disekitar kita, yaitu buku yang kita baca, makan, minum, duduk, berpakaian, dan lain sebagainya.²

Dari berbagai contoh barang dan jasa yang ada di sekitar kita, salah satu contoh yang sangat penting dalam kehidupan kita, yaitu makan. Untuk makan, tentunya kita membutuhkan makanan. Makanan merupakan zat utama yang berperan penting dan aktif untuk menunjang aktifitas dan kegiatan kita sehari-hari. Makanan juga melalui suatu proses pengolahan. Dari proses pengolahan itulah, maka yang akan dihasilkan adalah suatu produk. Salah satu produk makanan yang banyak digandrungi dan disukai oleh berbagai kalangan yaitu produk *Cake*. Dalam pembuatan produk *Cake*, tentunya diperlukan berbagai bahan. Bahan yang umumnya digunakan seperti tepung terigu, mentega, telur, gula pasir, dan lainnya. Namun ternyata tidak hanya itu saja bahan yang bisa digunakan untuk membuat produk *Cake*. Salah satu bahan yang biasa digunakan sebagai bahan untuk sayuran, seperti kacang merah, ternyata bisa juga diolah untuk menjadi tepung kacang merah, dan berfungsi untuk membuat produk *Cake*.

¹Ade Kusuma Dewi, "Penerapan Metode Permukaan Respon Dalam Masalah Optimalisasi". *E-Jurnal Matematika*, vol 2 no. 2 (Mei 2013), h. 32-36. <http://ojs.unud.ac.id/index.php/mtk/article/view/6289>. (Diakses 09 Januari 2015).

² William J. Stevenson dan Sum Chee Chuong, *Manajemen Operasi*. (Cet I; Jakarta : Salemba Empat, 2014), h. 4

Beberapa peneliti menggunakan produk *cake* sebagai bahan penelitiannya. Seperti pada penelitian yang dilakukan oleh Jilly Tania Boedijanto, dkk, yang meneliti tentang perancangan redesain kemasan kue "hs cake" di Surabaya, adapun hasil penelitiannya yaitu HS Cake yang menjual beragam jenis roti dan kue tradisional memiliki dua permasalahan, yakni kurangnya konsistensi visual kemasan dan bentuk kemasan yang kurang praktis dibawa. Oleh karena itu penulis tertarik untuk merancang desain kemasan HS Cake agar memiliki konsistensi visual dan bentuk kemasan yang lebih praktis untuk dibawa. Penulis menggunakan metode SWOT untuk mengetahui perbandingan produk dengan kompetitornya. Selain itu VIEW, juga digunakan untuk menganalisis kemasan. Dengan metode VIEW ini akan tampak kelemahan dan kelebihan dari sebuah kemasan. Solusi yang diterapkan adalah menggunakan gaya desain tradisional pada kemasan karena produk yang dijual merupakan kue tradisional. Konsistensi desain visual diaplikasikan pada setiap kemasannya sehingga terbentuk sebuah ciri khas, serta untuk solusi bentuk pada kemasan didesain dengan bentukan yang mudah untuk dipegang seperti kemasan fingerfood yang memudahkan targetnya, serta sistem buka tutup dengan cara mengkait. Diharapkan dengan adanya perancangan redesain kemasan ini dapat membawa dampak positif pada target market maupun terhadap HS Cake sendiri.³

Peneliti yang masih menggunakan produk *cake* sebagai bahan penelitiannya. Seperti pada penelitian yang dilakukan oleh Nurlaeli Romlah, yang meneliti tentang pengendalian mutu *cake* mocaf (*modified cassava flour*) ubi jalar ungu (*Ipomoea batatas blackie*), berdasarkan hasil penelitiannya tersebut, maka hasil penelitiannya yaitu pada pelaksanaan praktek *quality control* menunjukkan bahwa proses pembuatan *cake* diawali dari proses

³ Jilly Tania Boedijanto, dkk. "Perancangan Redesain Kemasan Kue "Hs Cake" Di Surabaya". jtania1992@gmail.com, h. 1. (Diakses 09 Januari 2015).

penerimaan bahan baku yang meliputi tepung mocaf, dan tepung ubi jalar ungu, gula, telur, margarine, garam, susu, dan bahan pengembang. Selanjutnya proses mixing, pencampuran tepung, pencetakan, pemanggangan, pendinginan, dan pengemasan. Pengendalian mutu yang diterapkan meliputi penetapan spesifikasi bahan baku yang digunakan, pengendalian setiap tahapan proses produksi, dan pengendalian produk akhir. Hasil analisis produk akhir *cake* menunjukkan bahwa kadar air, kadar abu, kadar lemak, kadar protein, dan kadar karbohidrat memenuhi standar mutu yang diinginkan oleh produsen. Sedangkan hasil analisis ALT adalah 50×10^6 sehingga berpengaruh terhadap keamanan produk *cake* yang dihasilkan. Konsep HACCP yang dibuat bertujuan untuk meminimalisasi timbulnya bahaya dan menjaga keamanan produk *cake* yang dihasilkan. Tahapan proses yang dianggap CCP dan perlu adanya pemantauan khusus adalah proses pendinginan dan pengemasan.⁴

Selain itu, ada juga peneliti lain yang meneliti tentang *cake*, yaitu Dewi Aprilina, dkk yang menganalisis atribut produk yang mempengaruhi kategori kepuasan konsumen dengan metode kano dan root cause analysis (studi kasus di citra kendedes cake & bakery, malang), adapun hasil analisa menggunakan metode Kano menunjukkan bahwa atribut yang termasuk dalam kategori attractive adalah bahan kemasan yang ramah lingkungan, kepraktisan kemasan dan pencantuman komposisi pada kemasan. Atribut yang termasuk kategori one-dimensional yaitu atribut penambahan variasi rasa/isi dalam roti, jenis bentuk roti, ukuran roti yang bermacam-macam, warna dan bentuk kemasan yang menarik serta pencantuman tanggal kadaluarsa pada kemasan. Atribut yang termasuk kategori indifferent yaitu adanya peningkatan harga sesuai dengan peningkatan kualitas produk. Atribut yang perlu diperbaiki yaitu atribut pencantuman tanggal kadaluarsa pada kemasan dengan nilai

⁴ Nurlaeli Romlah. "pengendalian mutu *cake* mocaf (*modified cassava flour*) ubi jalar ungu (*Ipomoea blattata blackie*)". *Perpustakaan.Uns.ac.id*, h. xii. Digilibs.uns.ac.id. 2011 (Diakses 09 Januari 2015).

IBT -0,849. Hasil RCA menunjukkan penyebab kurangnya kepuasan pada pencantuman tanggal kadaluarsa disebabkan tidak adanya pencantuman tanggal kadaluarsa dengan alasan untuk menghemat biaya, kemasan transparan, dan masa kadaluarsa produk yang sangat pendek⁵

Ada juga peneliti yang menggunakan tepung kacang merah dalam penelitiannya yaitu Santi Dwi Astuti, yang meneliti tentang formulasi dan karakterisasi *cake* berbasis tepung komposit organik kacang merah, kedelai, dan jagung, adapun hasil penelitiannya yaitu pada pangan bahan organik memiliki kandungan gizi dan komponen yang lebih tinggi dibanding non-organik serta tidak mengandung residu kimia dan logam berat. Kacang merah dan kedelai merupakan sumber protein nabati yang kaya serat pangan dan senyawa fungsional serta memiliki indeks glikemik rendah. Pati jagung berperan dalam memperbaiki sifat tekstural dan reologi produk pangan. Rasio tepung komposit organik kacang merah : kedelai : jagung yaitu 65 % : 25% : 10%. Proporsi tepung komposit organik sebagai substitusi terigu yaitu 0-100 %. Hasil penelitian menunjukkan tepung komposit organik memiliki kadar protein, lemak, dan serat pangan yang lebih tinggi dibanding terigu, sedangkan kadar karbohidrat dan patinya lebih rendah. Komposisi tersebut menyebabkan kemampuannya mengikat air yang tinggi pada suhu ruang dibanding terigu. Sedangkan terigu memiliki kemampuan gelatinisasi (yang dilihat dari profil pasta dan viskositas) yang lebih baik. Dan semakin tinggi proporsi substitusi tepung pada pembuatan *cake* menyebabkan peningkatan kadar air, abu, protein, dan serat pangan. Sedangkan kadar karbohidratnya menurun. Secara sensori terjadi penurunan pada tingkat kelembutan, kesukaan terhadap aroma, rasa,

⁵ Dewi Aprilina, dkk. " Analisis Atribut Produk yang Mempengaruhi Kategori Kepuasan Konsumen dengan Metode KANO dan Root Cause Analysis (Studi Kasus di Citra Kendedes Cake & Bakery, Malang), h. 1 aprilina.dewi@gmail.com. (Diakses 09 Januari 2015).

penerimaan secara keseluruhan, serta peningkatan pada intensitas warna. Substitusi terigu dengan tepung tidak berpengaruh besar pada sifat tekstural *cake* (kekerasan, elastisitas, dan daya kohesif). Dan yang terakhir substitusi terigu dengan tepung komposit organik berbasis kacang-kacangan seperti kacang merah dan kedelai dapat dilakukan untuk memperbaiki nilai gizi *cake* terutama protein hingga tara 50 %. Dan untuk meningkatkan penerimaan konsumen, produk *cake* dapat dikembangkan jadi muffin.⁶

Tepung kacang merah berasal dari kacang merah yang berbentuk biji-bijian. Untuk menjadi tepung kacang merah, kacang merah ini diolah melalui proses penepungan. Keunggulan dari dari pengolahan kacang merah menjadi tepung kacang merah adalah meningkatkan daya guna, hasil guna, dan nilai guna, lebih mudah di olah atau di proses menjadi produk yang memiliki nilai ekonomi yang tinggi, dan juga lebih mudah dicampur dengan tepung-tepung dan bahan lainnya. Tujuan pembuatan tepung kacang merah ini antara lain dapat disubstitusikan ke produk lain yang disukai masyarakat, dan mempunyai kandungan protein yang tinggi sehingga dapat dikonsumsi sebagai salah satu sumber protein. Sebagaimana yang tercantum pada QS. Ar-rahmaan/55:12 :

وَالْحَبْ ذُو الْعَصْفِ وَالرَّيْحَانُ

Terjemahnya :

Dan biji-bijian yang berkulit dan bunga-bunga yang harum baunya.⁷

Menurut M. Quraish Shihab dalam tafsir Al-Misbah pada ayat tersebut menjelaskan keadaan langit dan keseimbangan yang hendaknya menjadi perhatian. Ayat diatas

⁶ Santi Dwi Astuti, dkk. "Formulasi Dan Karakterisasi *Cake* Berbasis Tepung Komposit Organik Kacang Merah, Kedelai, dan Jagung". *Jurnal Aplikasi Teknologi Pangan* 3(2) :2014, h. 54. www.ift.or.id. (Diakses 09 Januari 2015).

⁷ Departemen agama RI Al-Hikmah, *Al-Qur'an dan Terjemahnya*, (Bandung : Diponegoro, 2010), h. 531.

menjelaskan tentang bumi dan sekelumit keadaannya. Allah swt berfirman bahwa : *dan* disamping keadaan langit yang di aturnya sedemikian rupa, bumi *diletakkan-Nya* yakni dihamparkan-Nya dan dipersiapkan-Nya untuk kenyamanan semua makhluk hidup yang menghuninya. Bukan hanya menghamparkan tapi juga menyiapkan bahan pangan dan kenyamanan hidup makhluk, karena didalamnya yakni di bumi yang dihamparkan-Nya itu ada buah-buahan dan pohon kurma yang mempunyai kelopak mayang tempat buahnya sebelum buah itu muncul dan ada juga buah-buahan yang berkulit atau berdaun dan bunga-bunga yang harum baunya.⁸

Maksud ayat di atas yaitu Al-Qur'an menjadi tanda bukti kekuasaan Allah Swt bagi umat manusia. Sebagai manusia yang mempunyai akal agar dapat berfikir kreatif untuk menggunakan kemampuannya menciptakan suatu hasil produksi yang bermanfaat bagi manusia. Dan juga segala sesuatunya telah di ukur dan sesuai dengan kapasitas yang telah di sepakati. Sebagaimana dalam QS. Asy-syu'ara/26:183-184:

وَلَا تَبْخُسُوا النَّاسَ أَشْيَاءَهُمْ وَلَا تَعَثُوا فِي الْأَرْضِ مُفْسِدِينَ ۖ وَاتَّقُوا الَّذِي خَلَقَكُمْ
وَالْحَبِيلَةَ الْأُولَىٰ ۚ

Terjemahnya :

Dan janganlah kamu merugikan manusia pada barang-barangnya dan janganlah kamu membuat kejahatan di bumi dengan menjadi perusak-perusak; Dan bertakwalah kepada allah yang telah menciptakan kamu dan umat-umat yang dahulu.⁹

Menurut M. Quraish Shihab dalam tafsir Al-Misbah pada ayat tersebut berbicara tentang salah seorang anggota kelompok yang dikenal luas sebagai orang-orang yang

⁸ M, Quraish Shihab, *Tafsir Al-Misbah : Pesan, Kesan, dan Keserasian Al-Qur'an*/M. Quraish Shihab. (Jakarta: Lentera Hati, 2002), h. 501

⁹ Departemen agama RI Al-Hikmah, *Al-Qur'an dan Terjemahnya*, h. 374-375.

merugikan diri sendiri akibat merugikan orang lain, dan disamping itu timbanglah untuk diri kamu dan untuk orang lain dengan timbangan tepat yang lurus, yakni hak-haknya dengan mengurangi kadar atau nilainya dalam bentuk apapun sesudah perbaikannya yang dilakukan Allah atau juga oleh manusia. Dan hindari siksaan-Nya, karena Dia yang telah menciptakan kamu dan umat-umat terdahulu yang begitu kokoh dan kuat, namun mereka pun disiksa dan dipunahkan-Nya ketika melanggar perintah-Nya.¹⁰

Maksud ayat di atas yaitu, dalam pembuatan suatu produk barang, atau apapun itu, hendaklah membawa manfaat bagi si konsumen, agar pabrik atau produsen mendapat keuntungan, terutama pahala, karena produknya membawa manfaat yang baik bagi konsumen. Sebaliknya jika produk yang dibuat, lebih banyak kerugian yang ditimbulkan, maka itu akan menjadi perusak bagi yang menikmati produk tersebut, dan terlebih lagi, di hadapan Allah, justru akan mendatangkan dosa, bukan pahala.

Produk yang membawa manfaat yang positif tentunya akan menjadi penambah rezeki bagi produsen maupun konsumen yang menikmati produk tersebut. Sebagaimana yang tercantum dalam QS. Al-Mulk / 67 : 1 :

تَبَرَّكَ الَّذِي بِيَدِهِ الْمَلَكُ وَهُوَ عَلَى كُلِّ شَيْءٍ قَدِيرٌ ﴿١﴾

Terjemahnya :

¹⁰ M, Quraish Shihab, *Tafsir Al-Misbah : Pesan, Kesan, dan Keserasian Al-Qur'an*/M. Quraish Shihab. h. 128-129

Maha suci Allah yang di tangan-Nyalah segala kerajaan, dan Dia Maha Kuasa atas segala sesuatu,¹¹

Maksud dari ayat di atas yaitu hidup dan mati ujian bagi manusia, Allah menciptakan langit berlapis-lapis dan semua ciptaan-Nya meliputi keseimbangan, perintah Allah untuk memperhatikan isi alam semesta, azab yang diancamkan terhadap orang-orang kafir; dan janji Allah kepada orang-orang mukmin; Allah menjadikan bumi sedemikian rupa hingga mudah bagi manusia untuk mencari rezki; peringatan Allah kepada manusia tentang sedikitnya mereka yang bersyukur kepada nikmat Allah.

Apabila terdapat dampak atau hal negative dalam suatu produk maka produsen akan mendapat balasannya di hari akhir kelak. Sebagaimana yang tercantum dalam QS. Al-Zalzalah / 99 : 8 :

وَمَنْ يَعْمَلْ مِثْقَالَ ذَرَّةٍ شَرًّا يَرَهُ

Terjemahnya :

Dan Barangsiapa yang mengerjakan kejahatan sebesar dzarrahpun, niscaya Dia akan melihat (balasan)nya pula.¹²

Maksud dari ayat di atas yaitu Kegoncangan bumi yang amat hebat pada hari kiamat dan kebingungan manusia ketika itu; manusia pada hari kiamat itu dikumpulkan untuk dihisab segala amal perbuatan mereka.

Industri di Indonesia ada berbagai macam. Salah satu yang banyak digunakan dan menjadi bahan pokok dalam kehidupan adalah produk makanan. Produk makanan yang

¹¹ Departemen agama RI Al-Hikmah, *Al-Qur'an dan Terjemahannya*, h. 374-375.

¹² Departemen agama RI Al-Hikmah, *Al-Qur'an dan Terjemahannya*, h. 374-375

sekarang tentunya tidak secara langsung dikemas dalam bentuk kemasan yang seperti kita temukan, namun melalui beberapa proses. Dalam suatu produksi terdapat strategi operasi yang berguna untuk kualitas produk dan efisiensi proses menjadi pemikiran utama perusahaan yang sadar akan adanya persaingan ketat dalam dunia industri. Penelitian yang penulis gunakan juga merupakan penelitian terapan kuantitatif dengan menggunakan metode deskriptif dalam penelitian terapan.¹³

Berdasarkan yang telah dilakukan oleh peneliti sebelumnya, yaitu oleh saudari Marlinda Retno Budya Ningrum, tentang pengembangan produk *Cake* dengan substitusi kacang merah. Dimana penelitian ini bertujuan untuk mengetahui komposisi dan proporsi dari produk *Cake*, teknik olah produk *Cake*, pengembangan produk *Cake*, dan daya terima masyarakat terhadap produk *Cake*. Produk *Cake* yang diteliti terdiri dari *Cake pie*, *cup Cake*, dan *small Cake*.

Dari penelitian tersebut, maka penulis mengembangkan skripsi tersebut, dengan menerapkan metode permukaan respon pada skripsi tersebut, tujuannya untuk mengetahui taraf yang optimal dari level-level yang telah ditentukan, dengan rancangan acak lengkap (RAL) dengan pola faktorial. Sehingga penulis mengambil judul **“Penerapan Metode Permukaan Respon Untuk Optimalisasi Kualitas Produk (Studi Kasus : Pengembangan Produk *Cake* Dengan Substitusi Tepung Kacang Merah)”**.

¹³ H. Hadari Nawawi dan H. Mimi Martini, *Penelitian Terapan*. (Cet. II; Yogyakarta : Gadjah Mada University Press, 1996), h. 73.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian di atas, maka rumusan masalah yang ada dalam penelitian ini adalah berapa nilai taraf optimal yang mempengaruhi kualitas pengembangan produk *cake* dengan substitusi tepung kacang merah dengan menggunakan metode permukaan respon?

C. Tujuan Penulisan

Berdasarkan rumusan masalah yang ada dalam penelitian ini, maka tujuan penulisan dalam penelitian ini adalah untuk mengetahui nilai taraf optimal yang mempengaruhi kualitas pengembangan produk *cake* dengan substitusi tepung kacang merah dengan menggunakan metode permukaan respon.

D. Manfaat Penelitian

Adapun beberapa manfaat yang di harapkan dari penelitian ini di antaranya adalah :

1. Bagi peneliti

Untuk mengaplikasikan pemahaman penelitian tentang level yang berpengaruh dari faktor-faktor yang mempengaruhi kualitas pengembangan produk *cake* dengan substitusi tepung kacang merah dengan menggunakan metode permukaan respon

2. Bagi pembaca

Memberikan informasi dan masukan pengetahuan dalam bidang matematika khususnya mengenai penerapan metode permukaan respon untuk optimalisasi kualitas produk (studi kasus : pengembangan produk *cake* dengan substitusi tepung kacang merah)”.

E. Batasan Masalah

Agar pembahasan dalam penelitian tugas akhir ini tidak meluas, maka penulis perlu memberikan batasan-batasan masalah. Batasan masalahnya yaitu untuk materinya terbatas hanya pada rancangan percobaan dengan pola factorial, dan untuk metode permukaan responnya, terbatas pada analisis regresi pada bentuk polynomial regresi, metode kuadrat terkecil, dan permukaan respon. Untuk karakteristik responnya materinya terdapat pada metode dakian tercuram. Sedangkan untuk tinjauan produk *cake* nya, dengan jenis *cake* ada 3 macam yaitu *cake pie*, *cup cake*, dan *small cake*. Dengan substitusi kacang merah pada level 20 % dan 50 % dengan dengan kadar 15 gr, 25 gr, 37 gr, 37.5 gr, 50 gr, 60 gr, 62.5 gr, 65 gr, 75 gr, 125 gr, 200 gr, 225 gr, dan 250 gr. Dan suhu (X_2) 170 °C, 175 °C, dan 180 °C.

F. Sistematika penulisan

- I. Bagian I berupa pendahuluan yang berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.
- II. Bagian II menguraikan kajian teori (pustaka) yang terdiri dari empat subbagian yaitu berkaitan dengan pembahasan pengantar rancangan percobaan. Selanjutnya pembahasan tentang metode permukaan respon, diantaranya yaitu analisis regresi, metode kuadrat terkecil, permukaan respon, dan matriks. Selanjutnya metode dakian tercuram, diantaranya titik stasioner dan anava. Selanjutnya tinjauan produk *cake*, di antaranya *cake pie*, *cup cake*, dan *small cake*.
- III. Bagian III adalah bagian yang memuat tentang metode penelitian berupa jenis penelitian, waktu penelitian, serta prosedur atau langkah-langkah dalam penelitian.

- IV. Bagian IV adalah bagian yang menguraikan tentang hasil dan kajian dari tujuan penulisan dan akan diambil acuan dari prosedur dan langkah-langkah pada penulisan tersebut.
- V. Bagian V adalah bagian penutup yang memuat kesimpulan dan saran tentang hasil dan pembahasan, mulai dari bab pertama sampai bab terakhir.



BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. RANCANGAN PERCOBAAN

Dalam rancangan percobaan, tentu didalamnya terdapat suatu percobaan. Percobaan ini akan menghasilkan hasil eksperimen. Dimana hasilnya nanti akan dimodel untuk penentuan hasil akhir dan akan disimpulkan. Jadi percobaan merupakan serangkaian tindakan coba-coba yang dilakukan terhadap suatu atau sekumpulan objek yang pengaruhnya akan diselidiki lebih lanjut.¹⁴

Dari serangkaian tindakan coba-coba yang dilakukan terhadap suatu atau sekumpulan objek yang pengaruhnya akan diselidiki lebih lanjut, hasilnya akan menjadi keputusan untuk kesimpulan akhir. Jadi, hasil percobaanlah yang menentukan rekomendasi apa yang ditawarkan untuk mengatasi masalah tersebut.¹⁵

Rancangan percobaan merupakan gabungan antara rancangan lingkungan dan rancangan perlakuan. Berbagai macam percobaan yang dapat dilakukan dengan menggunakan rancangan percobaan. Rancangan percobaan atau yang biasa disebut DoE (*Design of Eksperiment*), sudah banyak di aplikasikan di berbagai bidang. Adapun rancangan percobaan ini dimulai dari rancangan yang paling sederhana sampai pada rancangan yang lanjutan. Rancangan percobaan digunakan untuk mengetahui hubungan antara satu atau lebih variabel terhadap variabel lainnya.

¹⁴ Kemas Ali Hanafiah, *Rancangan Percobaan : Teori dan Aplikasi*. (Cet. I; Jakarta: PT. Rajagrafido Persada, 2008), h. 1-2.

¹⁵ Kemas Ali Hanafiah, *Rancangan Percobaan Aplikatif*. (Cet. II; Jakarta: PT. Rajagrafido Persada, 2008, h. 20.

DoE awalnya digunakan secara sederhana pada tahun 1747, oleh James Lind yang mengadakan percobaan dalam rangka pengobatan atas penyakit kudis. Lind memilih 12 laki-laki pasien kudis, dan membagi 6 pasang. Kelompok-kelompok tersebut dikenakan perlakuan. Dari perlakuan yang dikenakan ada pasien yang semakin membaik dan kembali kerja dihari keenam. Lalu pengetahuan ini dikembangkan lagi oleh Sir Ronald A. Fisher pada tahun 1920-1930-an. Pada umumnya, rancangan percobaan merupakan rancangan yang di susun untuk mengetahui efek atau pengaruh suatu perlakuan terhadap suatu objek (unit eksperimen). Misalnya seorang peneliti ingin mengetahui pengaruh penggunaan pupuk jenis A, B dan C terhadap pertumbuhan tanaman padi.

Seiring berkembangnya zaman, maka perkembangan metode ini pun semakin berkembang. Dibuktikan dengan adanya beberapa penelitian yang meneliti menggunakan DoE, dengan metode yang digunakan yaitu *response surface*, adapun penelitiannya yaitu penelitian yang dilakukan oleh Andri bagio. S, dan Melinda latief, dengan penelitian perbaikan kualitas pada mesin extruder dan mesin oven annealing dalam proses produksi produk aluminium collapsible tube 13.5×70 /CE di PT. Extrupack, dan hasil penelitiannya yaitu setelah dilakukan implementasi terhadap *setting* usulan dapat dilihat bahwa nilai kapabilitas proses untuk variabel respon tinggi nozzle meningkat dari 0.769 menjadi 1.25, dan pada variabel respon kelembakan tube didapatkan peningkatan kapabilitas proses dari 0.65 menjadi 1,2. Hal ini menunjukkan bahwa dengan *setting usulan* yang diperoleh dari

perancangan percobaan yang telah dilakukan dapat meningkatkan kemampuan proses dalam mencapai kualitas sesuai dengan spesifikasi yang telah ditentukan.¹⁶

Selain Andri Bagio S dan Melinda latief, ada lagi peneliti-peneliti lainnya yaitu Sitti Nurmiah, Dkk, dalam penelitiannya meneliti kondisi proses pengolahan *alkali treated Cottonii (Atc)* dengan mengaplikasikan metode permukaan respon, adapun hasil penelitiannya yaitu Terjadi interaksi komponen-komponen proses pengolahan antara konsentrasi KOH, suhu dan waktu pengolahan terhadap rendemen dan kekuatan gel ATC. Perbedaan kondisi proses pengolahan berpengaruh terhadap rendemen dan kekuatan gel dari ATC yang dihasilkan. Optimasi menggunakan Program DX 7.0® dengan *RSM-Box-Behnken* menghasilkan formula pengolahan yang optimal dengan konsentrasi KOH 6%, suhu 78,67°C selama 1 jam. Pada kondisi ini dihasilkan ATC dengan rendemen sebesar 38,72% dan kekuatan gel 1105,31 g/cm².¹⁷

Peneliti selanjutnya Arief Wahyu Utomo, dkk, yang meneliti pengaruh suhu dan lama pengeringan terhadap karakteristik fisikokimiawi plastik *biodegradable* dari komposit pati lidah buaya (*aloe vera*)-kitosan. Adapun hasil penelitiannya yaitu Faktor perlakuan suhu pengeringan berpengaruh sangat nyata ($\alpha = 0,01$) terhadap persentase *swelling*, ketebalan rata-rata, elongasi, kuat tarik dan biodegradasi. Sedangkan pada faktor perlakuan waktu pengeringan berpengaruh nyata ($\alpha = 0,05$) terhadap persentase *swelling* dan berpengaruh sangat nyata ($\alpha = 0,01$) terhadap ketebalan rata-rata, elongasi, kuat tarik dan

¹⁶ Andri Bagio S, dan Melinda Latief, "Perbaikan Kualitas dengan Metode Respon Permukaan Pada Mesin Extruder dan Mesin Oven Annealing dalam Proses Produksi Produk Aluminium Collapsible Tube 13,5x70/ce di PT. Extrupack". *Jurnal Teknik Industri*, ISSN:1411-6340, h. 90. andribagio@yahoo.com . (Diakses 09 Januari 2015).

¹⁷ Sitti Nurmiah, Dkk. "Aplikasi *Response Surface Methodology* Pada Optimalisasi Kondisi Proses Pengolahan *Alkali Treated Cottonii (Atc)*". *JPB Kelautan dan Perikanan Vol. 8 No. 1 Tahun 2013: 9–22*, h. 20-21. miah_patur@yahoo.com(Sitti Nurmiah et al). (Diakses 09 Januari 2015).

Perlakuan terbaik dari hasil analisis menggunakan metode *Multiple Atribute* diperoleh pada suhu 50 oC dan waktu pengeringan 2 jam. Pada perlakuan ini diperoleh nilai rerata *swelling* (ketahanan terhadap air) 22,571%; elongasi 2,778 %; ketebalan rata-rata 218,444 μm ; kuat tarik 104,659 N/mm²; dan terdegradasi dalam waktu 7 hari.¹⁸

Beberapa unsur dasar yang perlu diperhatikan dalam melakukan rancangan percobaan antara lain seperti, unit eksperimen sebagai objek yang dikenakan perlakuan dan diukur, contohnya padi yang diberi pupuk A, B dan C merupakan unit eksperimen. Ada pula Faktor yang merupakan variabel independen yang nilainya dikontrol atau divariasi oleh eksperimenter, level atau tingkat yang merupakan tingkat faktor yang diambil oleh eksperimenter dalam percobaan, perlakuan yang merupakan kombinasi-kombinasi dari tingkat faktor yang diambil oleh eksperimenter dari contoh sebelumnya pupuk A, B dan C adalah perlakuannya.

Selanjutnya ada variabel bebas (*independent variable*), yang merupakan variabel yang nilainya tidak tergantung dari hasil pengamatan, biasanya di notasikan dengan huruf X. variabel respon (*dependent variable*), yang merupakan variabel yang diukur berdasarkan perlakuan yang dikenakan pada unit eksperimen. Nilai respon ini tergantung pada variabel bebas yang telah ditentukan, biasanya dinyatakan dengan huruf Y. Randomisasi, yang merupakan setiap objek yang terpilih mempunyai kemungkinan yang sama. Ulangan yang merupakan frekuensi perlakuan dalam suatu percobaan yang diukur untuk mengestimasi sumber variansi yang dipilih dalam rancangan. Blok yang tujuannya untuk memperkecil

¹⁸ Arif Wahyu Utomo, Dkk. "Pengaruh Suhu dan Lama Pengeringan Terhadap Karakteristik Fisikokimiawi Plastik *Biodegradable* Dari Komposit Pati Lidah Buaya (*Aloe Vera*)-Kitosan". *Jurnal Bioproses Komoditas Tropis* Vol. 1 No. 1, April 2013, h. 73. arief_wahyu_utomo@yahoo.com. (Diakses 09 Januari 2015).

atau mereduksi sumber variansi antara unit eksperimen, blok ini membuat faktor di luar lingkungan percobaan lebih homogen.

Rancangan percobaan yang merupakan gabungan antara rancangan lingkungan dan perlakuan, terdiri dari beberapa jenis rancangan seperti RAL (rancangan acak lengkap), RBAL (rancangan blok acak lengkap), RBSL (rancangan bujur sangkar latin), RBSGL (rancangan bujur sangkar graeco latin). Dalam keseimbangan jumlah ulangan rancangan terbagi menjadi rancangan setimbang dan tidak setimbang. Untuk kesetimbangan jumlah ulangan blok rancangannya terbagi menjadi rancangan lengkap, dan rancangan tidak lengkap. Dan untuk jumlah faktor yang di ujikan terbagi menjadi tunggal, dan faktorial.¹⁹

Jadi dari berbagai rancangan yang ada, dan telah disebutkan, rancangan yang akan digunakan dalam penelitian ini yaitu rancangan acak lengkap dengan pola faktorial. Rancangan acak lengkap yaitu rancangan yang paling sederhana jika dibandingkan dengan rancangan-rancangan lainnya. Dalam rancangan ini tidak terdapat local kontrol, sehingga sumber keragaman yang diamati hanya perlakuan dan error. Oleh karena itu, rancangan acak lengkap umumnya cocok digunakan untuk kondisi lingkungan, alat, bahan, dan media yang homogen. Namun pada kondisi tertentu, percobaan dilakukan pada kondisi heterogen di lapangan tidak diperlukan adanya lokal kontrol sehingga rancangan acak lengkap untuk kasus semacam ini juga dapat diterapkan. Hal ini menunjukkan bahwa unit-unit percobaan dibatasi oleh ruang-ruang pengamatan sehingga tidak akan terjadi interaksi antara sesama unit, dengan demikian, posisi masing-masing unit tidak akan mempengaruhi hasil-hasil percobaan, karena percobaan ini dilakukan pada kondisi yang terkendali. Atas dasar kondisi

¹⁹ Getut Pramesti, *SPSS 18.0 dalam Rancangan Percobaan*. (Cet. I; Jakarta : PT Elex Media Komputindo, 2010), h. 15-20.

dan lingkungan yang homogen ini, maka setiap unit percobaan secara keseluruhan merupakan satu perambangan, yang berarti setiap perlakuan pada setiap ulangan mempunyai peluang yang sama besar untuk menempati semua bagian dalam percobaan, sehingga perambangan dilakukan secara lengkap.²⁰

Dalam model pengaruh tetapnya, perlakuan dipilih tertentu. Dari perlakuan tertentu ini, disusun hipotesis untuk menguji rerata perlakuan. Selanjutnya dari uji hipotesis ini, kesimpulannya hanya berlaku untuk perlakuan-perlakuan yang diambil. Sedangkan untuk model pengaruh jenis acaknya, perlakuan yang diuji dipilih secara acak. Hipotesisnya untuk menguji dan mengestimasi variabilitas dari pengaruh perlakuan. Pemilihan perlakuan secara acak dalam model pengaruh acak ini mengakibatkan kesimpulan yang disusun dapat berlaku untuk semua populasi perlakuan yang di ambil. Jika asumsi dalam pengaruh perlakuan dan asumsi untuk error terpenuhi, maka selanjutnya menyusun hipotesis untuk melihat, dan menentukan ada atau tidak hubungan yang signifikan dari perlakuan yang dicobakan. Adapun hipotesisnya yaitu :

Untuk persamaan (1) menunjukkan bahwa semua perlakuan tidak berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respon, sedangkan untuk persamaan (2) menunjukkan perlakuan ada yang berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respon. Dan dipilih tingkat signifikansi $\alpha = 0.05 \%$. Untuk menguji hipotesis tentang pengaruh faktor perlakuan terhadap keragaman data hasil percobaan. Model uji umum bagi uji F ini adalah :

$$F_{Hitung} = \frac{KT\ Perlakuan}{KT\ Error} \begin{cases} \leq F_{\alpha}(v_1, v_2), \text{ terima } H_0 \text{ atau } H_1 \text{ (salah)} \\ \leq F_{\alpha}(v_1, v_2), \text{ tolak } H_0 \text{ atau } H_1 \text{ (benar)} \end{cases} \quad (1)$$

²⁰ Kemas Ali Hanafiah, *Rancangan Percobaan Aplikatif*, h. 34-35.

$$KT_P = \frac{JK \text{ Perlakuan}}{v_1}$$

$$KT_E = \frac{JK \text{ Error}}{v_2}$$

$$V_1 = t - 1$$

$$V_2 = (rt - 1) - (t - 1)$$

Dimana :

S^2_{τ} = ragam data akibat perlakuan atau kuadrat tengah perlakuan (KT_P)

S^2_{ε} = ragam data akibat nonperlakuan atau kuadrat tengah error (KT_E)

$F_{\alpha}(v_P, v_2)$ = nilai F (dari F tabel) pada derajat bebas v_1 (perlakuan) dan v_2 (error) dengan taraf uji sebesar α (5 % dan 1 %).

Untuk memudahkan pengujian, maka uji F ditampilkan dalam sebuah tabel Anava seperti berikut

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
ALAUDDIN
 MAKASSAR

Tabel 2.1 Anava RRL

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	Fhitung	F Tabel
					5% 1%
Perlakuan	V_1	$JK_P = \sum_{i=1}^a \frac{y_{i\cdot}^2}{n} - \frac{y_{\cdot\cdot}^2}{N}$	$KT_P = \frac{JK_P}{V_1}$	$F_P = \frac{KT_P}{KT_E}^*$	F (V_1, V_2)
Error	V_2	$JK_S = JK_T - JK_P$	$KT_E = \frac{JK_S}{V_2}$		
Total	$rt - 1$	$JK_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij}^2 - \frac{y_{\cdot\cdot}^2}{N}$			

Keterangan : * = nyata (F hitung > F 5%)

** = sangat nyata (F hitung > F 1%)

Hasil dari uji F menunjukkan derajat pengaruh perlakuan terhadap data hasil percobaan sebagai berikut :

- (1) Perlakuan berpengaruh nyata jika H_1 (biasanya = hipotesis penelitian) diterima pada taraf uji 5 %.
- (2) Perlakuan berpengaruh sangat nyata jika H_1 diterima pada taraf uji 1 %, dan
- (3) Perlakuan berpengaruh tidak nyata jika H_0 diterima pada taraf uji 5 %.

Koefisien keragaman yang merupakan suatu koefisien yang menunjukkan derajat kepercayaan kesimpulan/hasil yang diperoleh dari suatu percobaan, yang merupakan deviasi

baku per unit percobaan. Koefisien keragaman ini dinyatakan sebagai persen rerata dari rerata umum percobaan sebagai berikut :

$$KK = \frac{\sqrt{KT \text{ Error}}}{\bar{y}} \times 100 \% \quad (2)$$

$$\bar{y} = \frac{T_{ij}}{rt} = \frac{\sum Y_{ij}}{rt} \quad (3)$$

Dimana : \bar{y} = rerata seluruh data percobaan

Jadi secara umum dapat dikatakan bahwa jika KK makin kecil berarti derajat kepercayaan akan makin tinggi dan akan makin tinggi pula keabsahannya (validitas) kesimpulan yang diperoleh dari percobaan tersebut. Meskipun demikian nilai ril KK yang dianggap baik hingga sekarang belum dapat dibakukan, karena nilai KK ini tergantung pada banyak faktor. Faktor-faktor yang mempengaruhi nilai KK ini seperti heterogenitas, local kontrol, selang perlakuan, dan ulangan perlakuan.²¹

Untuk penentuan daerah kritisnya, jika $F_p > F_{(a-1)(N-a)}$ artinya H_{0p} ditolak, maka perlakuan berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respon. Sedangkan untuk model pengaruh random, dalam suatu populasi perlakuan yang di pilih dapat dikatakan bahwa perlakuan berpengaruh, artinya model dapat dicobakan dan signifikansi pada populasi, sama seperti sebelumnya, asumsi-asumsi yang harus dipenuhi dalam rancangan acak lengkap pada model pengaruh random, yaitu untuk x_i di asumsikan berdistribusi normal dan tetap, yang dinotasikan dengan $\lambda_i \sim N(0, \sigma_\lambda^2)$. Sedangkan error yang berdistribusi normal dan tetap, yang notasinya $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$. Selanjutnya λ_i dan ε_{ij} tetap.

²¹ Kemas Ali Hanafiah, *Rancangan Percobaan Aplikatif*, h. 36-38.

Model ini biasa disebut juga dengan model komponen variansi, model pengaruh randomnya dianalisis komponen-komponen variansi yang di estimasi dari $\hat{\sigma}^2 = RK_S$ dan $\sigma_\lambda^2 = \frac{RK_P - RK_S}{n}$, untuk n sama dan untuk n berdeda, maka ukuran n ditentukan sebagai :

$$n = \frac{1}{a-1} \left[\sum_{i=1}^a n_i - \frac{\sum_{i=1}^a n_i^2}{\sum_{i=1}^a n_i} \right] \quad (4)$$

Setelah menyusun hipotesis, maka selanjutnya dipilih tingkat signifikansi $\alpha = 0.05 \%$. Untuk tabel anavanya sama seperti pada tabel 2, namun yang berbeda terletak pada penarikan kesimpulan atas hipotesis yang disusun peneliti. Setelah itu, penentuan untuk daerah kritisnya, tolak H_{0P} jika $F_P > F_{(a-1);(N-a)}$. Jika H_{0P} ditolak maka dapat dikatakan bahwa terdapat variabilitas dalam perlakuan. Dalam penelitian ini modelnya menggunakan rancangan acak lengkap, tapi untuk pola percobaan yang diujikan menggunakan pola rancangan faktorial, rancangan faktorial digunakan karena kondisi untuk percobaan melibatkan faktor-faktor lain dalam penelitian yang terdiri atas beberapa tingkat, tingkat yang dimaksudkan yaitu dalam taraf atau level.

Dalam suatu percobaan dengan K faktor dengan beberapa tingkat untuk masing-masing faktornya disebut dengan percobaan faktorial n^k . Jika terdapat 2 tingkat untuk masing-masing faktor, maka ditulis 2^k . Jika terdapat 2 faktor dengan 2 tingkat untuk masing-masing faktor maka dapat dituliskan 2^2 . Dalam rancangan faktorial, selain pengaruh utama yang dimuat, juga terdapat interaksi antar antar faktor. Di dalam interaksi antar faktor terdapat efek-efek yang mempengaruhi faktor, antara lain :

- Efek faktor, yang merupakan pengaruh tentang perubahan dalam rata-rata respon dimana faktor diubah dari rendah ke tinggi.

- Efek utama dalam sebuah faktor yang merupakan kontras antar tingkat (level) dalam satu faktor, juga rata-rata terhadap tingkat (level) dari faktor lain.
- Efek interaksi antara dua faktor, sebagai pengaruh perbedaan antara *simple effect* dari satu faktor pada tingkat yang berbeda dari faktor lain.

Adapun keuntungan dalam rancangan faktorial yaitu, lebih efisien apabila dibandingkan percobaan *one-factor-at-time*. Menghindari kesimpulan yang menyesatkan jika terdapat interaksi antar-faktor. Memungkinkan dilakukannya estimasi efek dari sebuah faktor pada beberapa tingkat faktor yang lain. Dari model persamaan (4) dan asumsi yang telah terpenuhi maka selanjutnya dapat dilakukan uji hipotesis untuk perlakuan baris, kolom, dan interaksi, adapun hipotesisnya sebagai berikut :

- Analisis perlakuan baris :

$$H_{0B} : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_a = 0 \text{ (tidak berpengaruh secara signifikan)}$$

$$H_{1B} : \text{Tidak semua } \tau_i = 0 \text{ (ada perlakuan yang berpengaruh secara signifikan)}$$

- Analisis perlakuan kolom :

$$H_{0K} : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_b = 0 \text{ (tidak berpengaruh secara signifikan)}$$

$$H_{1K} : \text{Tidak semua } \beta_j = 0 \text{ (ada perlakuan yang berpengaruh secara signifikan)}$$

- Analisis interaksi :

$$H_{0I} : (\tau\beta)_{ij} = 0 \text{ (tidak berpengaruh secara signifikan)}$$

$$H_{1I} : \text{Tidak semua } (\tau\beta)_{ij} = 0 \text{ (ada perlakuan yang berpengaruh secara signifikan)}$$

Sama seperti sebelumnya, rancangan ini, selain memiliki pengaruh perlakuan tetap, maka rancangan ini pula memiliki pengaruh perlakuan acak. Perlakuan acak tentunya dipilih secara acak. Sebagaimana yang sebelumnya, dan memiliki asumsi yang harus dipenuhi.

Untuk error acaknya yang berdistribusi normal dan tetap dinotasikan $\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$. Selanjutnya, melihat tingkat signifikansi $\alpha = 0.05 \%$. Setelah semua terpenuhi, selanjutnya menentukan daerah kritisnya. Adapun daerah kritisnya :

- Tolak H_{0B} jika $F_B > F_{(a-1),((a-1)(b-1))}$, maka variabilitas yang terdapat antar faktor A adalah tidak identik.
- Tolak H_{0K} jika $F_K > F_{(b-1),((a-1)(b-1))}$, maka variabilitas yang terdapat antar faktor B adalah tidak identik.
- Tolak H_{0I} jika $F_I > F_{(a-1)(b-1), (ab(n-1))}$, maka dapat dikatakan bahwa variansi interaksi tidak identik.²²

B. MATRIKS

Matriks didefinisikan sebagai himpunan obyek (bilangan riil atau kompleks, variabel-variabel atau operator-operator dan sebagainya) yang disusun secara persegi panjang (yang terdiri dari baris dan kolom) yang biasanya dibatasi dengan tanda kurung siku atau biasa. Banyaknya baris dan banyaknya kolom menentukan ukuran (ordo) sebuah matriks.²³ Bentuk umum dari sebuah matriks sebagai berikut:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix}$$

Susunan matriks di atas biasa disebut dengan matriks $m \times n$ (dibaca m kali n) karena mempunyai m barisan dan n kolom. Bilangan-bilangan yang disusun tersebut sebagai entri, elemen, atau unsur. Sedangkan suatu ukuran matriks yang ditentukan oleh banyaknya

²² Getut Pramesti, *SPSS 18.0 dalam Rancangan Percobaan*. h, 38-56.

²³ Kartono, *Aljabar Linear, Vektor dan Eksplorasinya dengan Maple* (Yogyakarta: Graha Ilmu, 2005), h. 37.

baris dan kolom disebut ordo, misalnya matriks **A** berordo $m \times n$. oleh karena itu, dikatakan matriks jika syarat-syaratnya dipenuhi. Maka syaratnya adalah huruf besar pada awal penulisan matriks yang dinotasikan sebuah huruf besar yang dicetak tebal (**A**, **B**, **C** dan seterusnya) menunjukkan nama matriks, berbentuk persegi panjang dan ditempatkan dalam kurung siku [], kurung biasa (), ataupun berbentuk $\| \quad \|$. Selanjutnya entri, elemen dan unsurnya terdiri dari bilangan-bilangan yang berada dalam baris dan kolom matriks dan elemen-elemen dinotasikan dengan huruf kecil yang dicetak miring (*a*, *b*, *c* dan seterusnya) kecuali jika digunakan bilangan-bilangan tertentu.

Setiap matriks yang memiliki jumlah baris dan jumlah kolom yang sama disebut matriks bujur sangkar. Sebuah matriks bujur sangkar dengan n baris dan n kolom sering disebut dengan matriks berordo- n . setiap matriks berordo- n sesuai definisi adalah matriks bujur sangkar.²⁴

1. Jenis-Jenis Matriks

Jenis-jenis matriks dapat dikelompokkan menjadi dua bagian yaitu sebagai berikut.²⁵

Berdasarkan ordo jenis matriks terdiri atas:

a. Matriks Persegi (*square matrix*)

Setiap matriks yang memiliki jumlah baris dan kolom yang sama disebut matriks persegi atau matriks yang berordo- n . biasa dinyatakan dengan $m = n$, sehingga disebut juga matriks $A_{m \times n}$, $A_{m \times m}$, atau $A_{n \times m}$,

Contoh 1: diberikan matriks A dengan jumlah baris dan kolom yang sama,

²⁴ G. Hadley, *Aljabar Linear* (Jakarta: Erlangga, 1983), h. 51.

²⁵ Irwan, *Pengantar Aljabar Elementer* (Makassar: Alauddin University Press, 2011), h. 187-190.

$A_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ merupakan matriks persegi berordo 2×2 .

- b. Matriks Baris merupakan matriks yang terdiri dari satu baris saja. Matriks baris biasa juga disebut vektor baris.

Contoh 2: diberikan matriks C ukuran 1×3 seperti berikut,

$C_{1 \times 3} = [-1 \ 2 \ 4]$ merupakan matriks baris berordo 1×3 .

- c. Matriks Kolom merupakan matriks yang terdiri hanya satu kolom saja. Matriks kolom biasa disebut vektor kolom atau vektor lajur.

Contoh 3: diberikan matriks C ukuran 3×1 seperti berikut,

$C_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ merupakan matriks kolom yang berordo 3×1 .

- d. Matriks Tegak (*Vertikal*) merupakan matriks persegi panjang yang bentuk matriksnya berordo $m \times n$ dengan $m > n$.

Contoh 4: diberikan matriks C ukuran 3×2 seperti berikut,

$C_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ merupakan matriks persegi panjang yang berordo 3×2 , sehingga terlihat matriksnya berdiri tegak.

- e. Matriks Datar (*Horizontal*) merupakan matriks persegi panjang yang bentuk matriksnya berordo $m \times n$ dengan $m < n$.

Contoh 5: diberikan matriks C ukuran 2×4 seperti berikut,

$C_{2 \times 4} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -2 & 1 \\ -3 & 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ merupakan matriks persegi panjang berordo 2×4 , sehingga terlihat matriks datar.

Berdasarkan elemen penyusunnya, maka jenis matriks terbagi atas:

- a. Matriks Nol

Matriks Nol merupakan matriks yang semua elemen, unsur atau entri-entrinya bernilai nol, sehingga matriks nol biasanya dinotasikan dengan $\{O\}$.

Contoh 6: diberikan matriks O dengan ukuran yang sama,

$$O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = 0$$

Suatu matriks ditambah dengan matriks nol yang ordonya bersesuaian akan menghasilkan matriks itu sendiri. Jika matriks itu A , maka $A + O = O + A = A$. matriks O adalah unsur identitas pada penjumlahan matriks. Jika perkalian suatu matriks dengan matriks nol yang bersesuaian, maka akan menghasilkan matriks nol

$$A_{m \times n} = O_{n \times p} = O_{m \times p}.$$

b. Matriks Diagonal

Merupakan suatu matriks bujur sangkar yang semua elemen, unsur atau entri-entrinya diatas dan dibawah diagonalnya bernilai nol, biasanya dinotasikan dengan $\{D\}$.

Contoh 7: diberikan matriks D dengan ukuran yang sama,

$$D_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ merupakan matriks diagonal ordo } 3 \times 3.$$

c. Matriks Identitas

Merupakan matriks persegi yang semua unsur diagonal utamanya bernilai 1 dan semua unsur yang lain bernilai nol. Matriks identitas biasa disimbolkan dengan $\{I\}$.

Contoh 8: diberikan matriks I dengan ukuran yang sama,

$$I_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ merupakan matriks bujur sangkar ordo } 3 \times 3$$

d. Matriks Skalar

Merupakan hasil kali matriks identitas (I) dengan bilangan tetap atau bilangan konstan (k).

Contoh 9: jika bilangan konstan $k = 3$ dikali dengan matriks I maka,

$$3 \times I = 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

e. Matriks Simetri

Merupakan matriks yang setiap elemennya, kecuali elemen diagonal adalah simetri dengan diagonal utamanya dan berlaku hubungan $a_{ij} = a_{ji}$, dengan $i \neq j$.

Contoh 10: diberikan matriks A dengan ukuran yang sama,

$$A_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} -3 & 2 & -1 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 2 \\ -1 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} \text{ merupakan matriks bujur sangkar ordo } 4 \times 4.$$

f. Matriks Segitiga Atas

Merupakan matriks persegi yang elemen-elemen di bawah diagonal utamanya bernilai nol.

Contoh 11: diberikan matriks A ukuran 3x3 seperti berikut,

$$A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ merupakan matriks persegi ordo } 3 \times 3$$

g. Matriks Segitiga Bawah

Merupakan matriks persegi yang elemen-elemen di atas diagonal utamanya bernilai nol.

Contoh 11: diberikan matriks A ukuran dengan ukuran yang sama,

$$A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ 6 & 5 & 1 \end{bmatrix} \text{ merupakan matriks persegi ordo } 3 \times 3$$

2. Operasi Matriks Aljabar

Sebagaimana bilangan, pada matrikspun memiliki operasi aljabar, tetapi dengan sifat yang berbeda dan bilangannyapun berbeda. Pada sebuah matriks dapat dilakukan operasi penjumlahan, pengurangan, dan perkalian baik berupa perkalian antar matriks maupun perkalian matriks skalar.

Operasi suatu matriks terdiri dari:²⁶

a. Penjumlahan atau pengurangan matriks

Dua buah matriks dapat dijumlahkan atau dikurangkan “jika dan hanya jika” kedua matriks tersebut berordo sama. Pada proses penjumlahan atau pengurangan ini yang dijumlahkan atau dikurangkan adalah elemen-elemen dari matriks yang bersesuaian (seletak).

Misal:

$$\begin{matrix} A & B & C \end{matrix}$$
$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \\ c_{31} & c_{32} \end{bmatrix}$$

Jika nilai dari elemen-elemen matriks C merupakan penjumlahan atau pengurangan dari elemen-elemen pada matriks A dan B yang bersesuaian sebagai berikut:

$$C_{11} = a_{11} \pm b_{11}, \quad C_{12} = a_{12} \pm b_{12}$$

$$C_{21} = a_{21} \pm b_{21}, \quad C_{22} = a_{22} \pm b_{22}$$

$$C_{31} = a_{31} \pm b_{31}, \quad C_{32} = a_{32} \pm b_{32}$$

Contoh 12: diberikan matriks A dan B dengan ordo yang sama,

²⁶ Pudjiastuti BSW, Matriks Teori dan Aplikasi (Yogyakarta: Graha Ilmu, 2006), h. 7-16.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

maka,

$$A + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+4 & 2+2 \\ 0+1 & 3+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-4 & 2-2 \\ 0-1 & 3-0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Sifat-sifat penjumlahan matriks:

1. Komutatif: $A + B = B + A$
2. Asosiatif: $A + B + C = A + (B + C) = (A + B) + C$
3. Identik: $A + O = O + A = A$

b. Perkalian matriks dengan skalar

Skalar adalah suatu bilangan riil (matriks 1×1). Perkalian matriks dengan suatu skalar berarti mengalikan setiap elemen dari matriks dengan skalar tersebut, sebagai berikut:

$$\lambda A = \lambda \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} \end{bmatrix}$$

Contoh 13: jika bilangan konstan $k = 5$ dikali dengan matriks A dan B seperti berikut,

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 7 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

maka,

$$5A = 5 \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 7 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5(3) & 5(2) \\ 5(5) & 5(7) \\ 5(1) & 5(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 10 \\ 25 & 35 \\ 5 & 15 \end{bmatrix}$$

$$aB = a \begin{bmatrix} 5 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 6 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5a & 2a & 3a & a \\ a & 3a & 6a & 9a \end{bmatrix}$$

Sifat-sifat perkalian matriks dengan skalar:

1. $k(A + B) = kA + kB$

$$2. (k_1 + k_2)A = k_1A + k_2A$$

$$3. k_1 (k_2A) = (k_1k_2)A$$

$$4. 0A = O$$

$$5. kO = O$$

catatan: $0 \pm O \rightarrow 0 = \text{skalar}$, $O = \text{matriks nol}$

c. Perkalian matriks dengan matriks

Dua buah matriks dapat dikalikan “jika dan hanya jika” jumlah kolom pada matriks pertama sama dengan jumlah baris pada matriks kedua. Perhatikan matriks berikut ini:

$$AB = C \rightarrow \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

Hasil perkalian matriks A dengan matriks B adalah matriks C. perhitungan elemen-elemennya sebagai berikut:

$$C_{11} = a_{11} b_{11} + a_{12} b_{21}, \quad C_{12} = a_{11} b_{12} + a_{12} b_{22}, \quad C_{13} = a_{11} b_{13} + a_{12} b_{23}$$

$$C_{21} = a_{21} b_{11} + a_{22} b_{21}, \quad C_{22} = a_{21} b_{12} + a_{22} b_{22}, \quad C_{23} = a_{21} b_{13} + a_{22} b_{23}$$

$$C_{31} = a_{31} b_{11} + a_{32} b_{21}, \quad C_{32} = a_{31} b_{12} + a_{32} b_{22}, \quad C_{33} = a_{31} b_{13} + a_{32} b_{23}$$

Contoh 14: diberikan matriks A ordo 3x2 dan matriks B ordo 2x2 seperti berikut,

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

Maka perkalian dari kedua matriks tersebut adalah

$$AB = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3(2) + 2(4) & 3(1) + 2(3) \\ 1(2) + 3(4) & 1(1) + 3(3) \\ 6(2) + 1(4) & 6(1) + 1(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 9 \\ 14 & 10 \\ 16 & 9 \end{bmatrix}$$

Sifat-sifat perkalian matriks:

$$1. \text{Asosiatif: } ABC = (AB)C = A(BC)$$

2. Distributif: $A(B + C) = AB + AC$

3. $AB \neq BA$ (pada umumnya)

d. Perpangkatan suatu matriks

Bila suatu matriks bujur sangkar dipangkatkan n (n = bilangan asli) maka berarti matriks itu dikalikan sebanyak n kali. Misalnya A adalah suatu matriks bujur sangkar, maka $A^2 = A(A)$

Contoh 15: jika matriks A ordo 2×2 seperti berikut ini,

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

Maka hasil perpangkatan dari matriks tersebut adalah

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(2) + 3(1) & 2(3) + 3(5) \\ 1(2) + 5(1) & 1(3) + 5(5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 20 \\ 7 & 28 \end{bmatrix}$$

4. Operasi Elementer

Terdapat tiga operasi yang dapat dilakukan terhadap suatu sistem persamaan linear tanpa mengubah penyelesaian yang sebenarnya. Operasi-operasi tersebut biasa disebut dengan operasi baris elementer dan operasi kolom elementer.²⁷ Operasi baris elementer tersebut adalah sebagai berikut:²⁸

- Mengalikan sebuah baris dengan konstanta bukan nol
- Menukarkan dua baris
- Menambahkan perkalian dari suatu baris kebaris lainnya

5. Transpose Matriks

Definisi 1

²⁷ Heri Purwanto, dkk, *Aljabar Linear* (Jakarta: PT. Ercontara Rajawali, [t.th]), h. 23.

²⁸ Heri Andrianto dan Agus Prijono, *Menguasai Matriks dan Vektor* (Bandung: Rekayasa Sains, 2006), h. 4.

jika A adalah matriks $m \times n$, maka transpose dari A (*tranfose of A*), dinyatakan dengan A^T , didefenisikan sebagai matriks $n \times m$ yang didapatkan dengan mempertukarkan baris-baris dan kolom-kolom dari A ; sehingga kolom pertama dari A^T adalah baris pertama dari A , kolom kedua dari A^T adalah baris kedua dari A , dan seterusnya. Misalnya, matriks yang disajikan adalah:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \\ a_{14} & a_{24} & a_{34} \end{bmatrix} \quad B^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

Perhatikan bahwa tidak hanya kolom-kolom A^T yang merupakan baris-baris A , tetapi juga baris-baris dari A^T adalah kolom-kolom dari A . jadi entri pada baris i dan kolom j pada A^T adalah entri pada baris j dan kolom i pada A , sehingga $(A^T)_{ij} = (A)_{ji}$.²⁹

Sifat-sifat transpose adalah sebagai berikut:³⁰

Jika A^T dan B^T berturut-turut merupakan transpose dari matriks A dan B , maka berlaku:

- $(A + B)^T = A^T + B^T$
- $(AB)^T = A^T B^T$
- $(A^T)^T = A$
- Jika m suatu bilangan real, maka $m(A^T) = m A^T$

6. Determinan dan Adjoin Matriks

- Determinan Matriks

²⁹ Anton dan Rorres, *Aljabar Linear Elementer Versi Aplikasi*, ed. Kedelapan, jilid 1, terj. Refina, (Jakarta: Erlangga, 2004), h.36.

³⁰ Irwan, *Pengantar Aljabar Elementer*, h. 191

Determinan adalah suatu skalar (angka) yang diturunkan dari suatu matriks bujur sangkar melalui operasi khusus. Disebut operasi khusus karena dalam proses penurunan determinan dilakukan perkalian-perkalian sesuai dengan aljabar matriks. Suatu matriks yang mempunyai determinan disebut dengan matriks *singular* sedangkan matriks yang tidak mempunyai determinan (determinannya = 0) disebut matriks *non singular*.³¹

Untuk setiap matriks persegi terdapat suatu bilangan tertentu yang disebut dengan determinan. Determinan merupakan jumlah semua hasil perkalian elementer yang bertanda dari A dan dinyatakan dengan $\det(A)$ atau $|A|$, yang diartikan dengan sebuah hasil perkalian elementer bertanda dari suatu matriks A.

Suatu determinan orde n adalah scalar yang dikaitkan dengan matriks bujursangkar $A = [a_{ij}]$ dimana i dan j = 1, 2, ..., n yang dituliskan

$$D = \det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Beberapa sifat determinan:³²

1. $\det(A) = \det(A^T)$
2. $\det(kA) = k^n \det(A)$
3. Bila $A \sim B$ maka $\det(A) = \det(B)$
4. $\det(AB) = \det(A)\det(B)$
5. Jika terdapat baris nol atau kolom nol dalam determinan matriks A maka $\det(A) = 0$
6. Jika terdapat dua baris atau kolom yang elemen-elemennya berkelipatan maka $\det(A) = 0$. Dengan kata lain bila rank matriks $A < n$ maka $\det(A) = 0$.

³¹ Pudjiastuti BSW, *Matriks Teori dan Aplikasi*, h. 16.

³² Kartono, *Aljabar Linear, Vektor dan Eksplorasinya dengan Maple*, h.44.

7. Jika setiap elemen dalam suatu baris atau kolom dari suatu determinan dinyatakan sebagai binomial maka determinan itu dapat ditulis sebagai jumlah dari dua determinan. Perhatikan contoh berikut:

$$\begin{bmatrix} a_1 + c_1 & b_1 \\ a_2 + c_2 & b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{bmatrix}$$

8. Jika dua baris atau kolom saling ditukarkan letaknya maka nilai determinan akan berubah tanda.

9. Nilai suatu determinan tidak berubah jika elemen-elemen dari suatu baris atau kolom diubah dengan menambahkan pada elemen-elemen tadi sembarang konstanta kali elemen-elemen yang berpadanan dari sembarang baris (atau kolom secara berturut-turut) lainnya.

Metode yang biasa digunakan untuk menghitung nilai determinan suatu matriks adalah Minor dan Kofaktor. Minor suatu matriks A merupakan matriks bagian dari A yang diperoleh dengan cara menghilangkan elemen-elemennya pada baris ke- i dan elemen-elemen pada kolom ke- j . minor matriks A biasa dinotasikan dengan M_{ij} . Misal,

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \text{ maka } M_{11} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$$

$$M_{12} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}, M_{13} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

M_{11}, M_{12}, M_{13} merupakan submatriks hasil ekspansi baris ke- i pada kolom ke-1, ke-2, dan ke-3 dari matriks A.

Kofaktor matriks A merupakan suatu elemen a_{ij} baris ke- i dan kolom ke- j dari sebarang matriks bujur sangkar A adalah -1^{i+j} dikalikan determinan matriks bagian yang

diperoleh dari matriks A dengan mencoret atau menggarisbawahi baris ke- i dan kolom ke- j dan digunakan persamaan $C_{ij} = -1^{i+j} |M_{ij}| = -1^{i+j} \det (M_{ij})$ untuk mencari kofaktornya.³³ Selanjutnya perhitungan determinan dengan menggunakan ekspansi kofaktor bisa dilakukan melalui baris atau kolom mana saja pada matriks tersebut, seperti berikut:

- Ekspansi kofaktor melalui baris: $|A| = \sum_{j=1}^n a_{ij} |C_{ij}|$ dimana $i = 1, 2, \dots, n$. Artinya determinan matriks A sama dengan penjumlahan dari perkalian elemen dengan masing-masing kofaktornya pada baris ke- i .
- Ekspansi kofaktor melalui kolom: $|A| = \sum_{i=1}^n a_{ij} |C_{ij}|$ dimana $j = 1, 2, \dots, n$. Artinya determinan matriks A sama dengan penjumlahan dari perkalian elemen dengan masing-masing kofaktornya pada kolom ke- j .

Menentukan tanda (+) atau (-) pada kofaktor, perhatikan skema berikut:

$$\text{Kofaktor matriks A} = \begin{bmatrix} + & - & + & - & + & \dots \\ - & + & - & + & - & \dots \\ + & - & + & - & + & \dots \\ - & + & - & + & - & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

Sehingga dapat diperoleh $C_{11} = M_{11}$, $C_{12} = -M_{12}$, $C_{13} = M_{13}$, dan seterusnya. Oleh karena itu, untuk mencari determinan matriks 3 x 3 maka bisa digunakan bentuk berikut:

$$\begin{aligned} \det A &= a_{11} M_{11} + a_{12} (-M_{12}) + a_{13} M_{13} \\ &= a_{11} C_{11} + a_{12} C_{12} + a_{13} C_{13} \end{aligned}$$

³³ Irwan, *Pengantar Aljabar Elementer*, h. 203-204.

b. Adjoin Matriks

Definisi 2

Adjoin matriks merupakan transpose dari kofaktor-kofaktor matriks tersebut, biasa dinotasikan dengan $\text{adj}(A) = k_{ij}$.

Misalkan matriks A berordo $n \times n$ dengan kofaktor a_{ij} adalah C_{ij} maka matriks

$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix}$ disebut matriks kofaktor dari A , dan transposenya disebut adjoin

matriks A , ditulis dengan **Adj(A)**. untuk matriks berordo 2×2 misalkan, jika matriks $A =$

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka $\text{Adj}(A) = \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$, kemudian untuk matriks yang berordo 3×3 ,

misalkan jika matriks $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$, maka untuk mendapatkan adjoinnya adalah

dengan menentukan determinan terlebih dahulu dengan menggunakan metode sarrus kemudian mencari nilai-nilai kofaktornya, nilai kofaktor inilah yang menjadi adjoin matriks A tersebut.

7. Invers Matriks

Invers matriks sering disebut dengan matriks kebalikan. Hal ini bisa digambarkan sebagai berikut:

Jika A adalah suatu matriks bujur sangkar maka $\frac{1}{A} = A^{-1}$ merupakan invers matriksnya, sehingga $AA^{-1} = I$ dengan $A \neq 0$. Invers dari A memainkan peranan yang sama pada aritmatika matriks dengan peranan a^{-1} pada hubungan numerik $aa^{-1} = 1$ dan $a^{-1}a = 1$.

Sebuah matriks bujur sangkar $A = [a_{ij}]$ berukuran $n \times n$ dikatakan mempunyai invers bila ada suatu matriks B sedemikian rupa sehingga berlaku bahwa $AB = BA = I_n$

(matriks identitas berordo n). matriks B disebut matriks invers dari matriks A , ditulis $B = A^{-1}$. Jika $\det(A) \neq 0$ atau $r(A) = n$ (matriks A adalah matriks tak singular) maka matriks invers dari matriks A ada. Invers matriks A dirumuskan dengan $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \text{Adj}(A)$.

Beberapa sifat matriks invers:³⁴

- Bila invers dari suatu matriks ada maka invers tersebut adalah tunggal
- $(A^{-1})^{-1} = A$
- $(A C)^{-1} = C^{-1} A^{-1}$
- $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$
- $AI = IA = A$
- $AA^{-1} = I = A^{-1}A$

Teorema berikut memberikan syarat-syarat dimana matriks ordo 2×2 dapat dibalik dan memberikan rumus sederhana untuk perhitungan inversnya.

Teorema 3

Matriks $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, dapat dibalik jika $ad - bc \neq 0$, dan inversnya dapat dihitung sesuai

rumus $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{ad-bc} & -\frac{b}{ad-bc} \\ -\frac{c}{ad-bc} & \frac{a}{ad-bc} \end{bmatrix}$.³⁵

Invers matriks ordo 3×3 , misalkan jika $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$, maka invers matriksnya

adalah $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{Adj}(A)$, dengan $|A| \neq 0$. Dan untuk matriks yang berordo 3×3 , menentukan inversnya sama seperti menghitung invers matriks yang berordo 2×2 ,

³⁴ Kartono, *Aljabar Linear, Vektor dan Eksplorasinya dengan Maple*, h. 45-46.

³⁵ Anton dan Rorres, *Aljabar Linear Elementer Versi Aplikasi*, h. 48.

dimana sebagai langkah awalnya kita akan menentukan determinan dari matriks tersebut, kemudian mencari adjoin matriksnya dan menentukan invers dari matriks 3 x 3 tersebut.

Bukti:

Untuk membuktikan bahwa $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ merupakan A^{-1} , hanya perlu

menunjukkan bahwa $AA^{-1} = A^{-1}A = I$. Jika matriks $A_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, apabila $\Delta = ad - bc$ dengan syarat $ad - bc \neq 0$. Jika $\Delta = 0$, maka matriks A tidak mempunyai invers. Jika $\Delta \neq 0$, maka matriks A mempunyai invers sebagai berikut:

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} AA^{-1} &= \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} ad + (-bc) & -ab + ab \\ cd + (-cd) & -bc + ad \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} ad - bc & 0 \\ 0 & ad - bc \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{ad-bc}{ad-bc} & 0 \\ 0 & \frac{ad-bc}{ad-bc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Maka terbukti bahwa $AA^{-1} = I = A^{-1}A$

C. METODE PERMUKAAN RESPON

Sebelum mencari nilai orde I, sebelumnya terlebih dahulu kita mencari nilai dari rancangan yang digunakan. Karena di gunakan rancangan faktorial, maka analisisnya pun,

menggunakan analisis faktorial. Adapun analisisnya, persamaan matematis yang di gunakan yaitu³⁶ :

$$A = \frac{1}{4(n)} [a - (I) + ab - b + ac - c + abc - bc] \quad (5)$$

$$B = \frac{1}{4(n)} [b + ab + bc + abc - (I) - a - c - ac] \quad (6)$$

$$C = \frac{1}{4(n)} [c + ac + bc + abc - (I) - a - b - ab] \quad (7)$$

$$AB = \frac{1}{4(n)} [ab - a - b + (I) + abc - bc - ac + c] \quad (8)$$

$$AC = \frac{1}{4(n)} [(I) - a + b - ab - c + ac - bc + abc] \quad (9)$$

$$BC = \frac{1}{4(n)} [(I) + a - b - ab - c - ac - bc + abc] \quad (10)$$

$$ABC = \frac{1}{4(n)} [abc - bc - ac + c - ab + b + a - (I)] \quad (11)$$

1. Analisis Regresi

Untuk pengembangan suatu produk maka digunakan suatu penerapan, jadi penerapannya menggunakan metode permukaan respon. Sedangkan untuk mendapatkan hasil yang optimal dari penerapan metode permukaan respon, maka digunakan suatu persamaan matematis, dan persamaan matematis yang cocok digunakan yaitu persamaan matematis dari analisis regresi. Persamaan matematis ini akan digunakan untuk adalah menemukan hubungan antara respon y dan faktor x melalui persamaan orde pertama dan digunakan model regresi linear, atau yang lebih dikenal dengan *first-order model* (model orde I) :

³⁶ Raymond H. Myers dan Douglas C. Montgomery, *Response Surface Methodology : Process and product optimization using designed experiment, Second Edition*. h. 213-214.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (12)$$

Dimana :

y = Nilai peubah terikat (yang akan di model)

x = Nilai peubah bebas (yang digunakan untuk menaksir nilai y)

ε = Komponen kesalahan acak (error)

β_0 = Penggalan y dari garis regresi, yaitu titik tempat garis lurus memotong sumbu y)

β_1 = Koefisien regresi (dalam hal ini, koefisien arah garis lurus, yaitu besarnya nilai kenaikan (atau penurunan) komponen dari y untuk setiap satuan kenaikan x .

Sedangkan untuk mencari nilai x_{i1} dan x_{i2} , persamaannya adalah :

$$x_{i1} = \frac{\xi_{i1} - [\max(\xi_{i1}) + \min(\xi_{i1})]/2}{[\max(\xi_{i1}) - \min(\xi_{i1})]/2}$$

$$x_{i2} = \frac{\xi_{i2} - [\max(\xi_{i2}) + \min(\xi_{i2})]/2}{[\max(\xi_{i2}) - \min(\xi_{i2})]/2}$$

$$x_{ik} = \frac{\xi_{ik} - [\max(\xi_{ik}) + \min(\xi_{ik})]/2}{[\max(\xi_{ik}) - \min(\xi_{ik})]/2}$$

Untuk perhitungan estimasi dari β adalah :

$$b = (X'X)^{-1}X'Y \quad (13)$$

Dimana :

b = Estimasi dari β

X' = nilai dari X dalam bentuk matriks

$(X'X)^{-1}$ = nilai invers dari $(X'X)$

Jadi, adapun persamaan di atas dapat dibentuk sebagai berikut :

$$e_i = y - \hat{y} \quad (14)$$

Dimana :

e_i = Nilai error

y = Nilai peubah terikat (Nilai yang akan dimodel)

\hat{y} = Model untuk analisis model linear

$$h_i = \sum_{j=1}^k \frac{x_{ij}^2}{(n-1)s_j^2} \quad (15)$$

Dimana :

h_i = Interpretasi dari ukuran dalam nilai pengungkit

k = Jumlah keseluruhan data

j = Nilai awal

i = Nilai ke i

x_{ij}^2 = Nilai kuadrat peubah bebas ke ij

n = Banyak data

s_j^2 = Nilai pengungkit

$$r_i = \frac{e_i}{s_j^2 \sqrt{1-h_i}} \quad (16)$$

Dimana :

r_i = Nilai residual

e_i = Nilai error

s_j^2 = Nilai pengungkit

h_i = Interpretasi dari ukuran dalam nilai pengungkit

$$t_i = \frac{e_i}{\sqrt{s_i^2(1-h_i)}} \quad (17)$$

Dimana :

t_i = Nilai Uji residual

e_i = Nilai error

s_j^2 = Nilai pengungkit

h_i = Interpretasi dari ukuran dalam nilai pengungkit

$$d_i = \left(\frac{1}{k+1}\right) r_i^2 \left(\frac{h_i}{1-h_i}\right) = \frac{e_i^2 h_i}{(k+1)s_j^2 (1-h_i)^2} \quad (18)$$

Dimana :

d_i = Pengungkit nilai s

k = Jumlah keseluruhan data

r_i^2 = Nilai kuadrat residual

h_i = Interpretasi dari ukuran dalam nilai pengungkit

e_i = Nilai error

s_j^2 = Nilai pengungkit

$$s_j^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k x_{ij}^2 \quad (19)$$

Dimana :

s_j^2 = Nilai pengungkit

n = Banyak data

k = Jumlah keseluruhan data

x_{ij}^2 = Nilai kuadrat peubah bebas ke ij

Sedangkan bentuk polinomialnya, atau biasa disebut *Second-order model* (model orde II) :

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon$$

Dimana :

Y = Nilai peubah terikat (yang akan di model)

x = Nilai peubah bebas (yang digunakan untuk menaksir nilai y)

ε = Komponen error

β_0 = Penggalan y dari garis regresi, yaitu titik tempat garis lurus memotong sumbu y)

β_1 = Koefisien regresi (dalam hal ini, koefisien arah garis lurus, yaitu besarnya nilai kenaikan (atau penurunan) komponen dari y untuk setiap satuan kenaikan x .

Untuk pendekatan model maka digunakan model orde pertama, sedangkan untuk segi interaksi digunakan model orde kedua. Dimana model orde kedua ini adalah ekspansi seri taylor yang akan menghasilkan model jenis orde kedua yang modelnya³⁷ :

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + \beta_{11} x_1^2 + \cdots + \beta_{kk} x_k^2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{13} x_1 x_3 + \cdots + \beta_{k-1,k} x_{k-1} x_k + \varepsilon$$

$$y_i = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \sum_{j=2}^k \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (20)$$

Dimana :

y = Nilai peubah terikat (yang akan di model)

x = Nilai peubah bebas (yang digunakan untuk menaksir nilai y)

ε = Komponen error

β_0 = Penggalan y dari garis regresi, yaitu titik tempat garis lurus memotong sumbu y)

β_1 = Koefisien regresi (dalam hal ini, koefisien arah garis lurus, yaitu besarnya nilai kenaikan (atau penurunan) komponen dari y untuk setiap satuan kenaikan x

³⁷ Raymond H. Myers dan Douglas C. Montgomery, *Response Surface Methodology : Process and product optimization using designed experiment*, Second Edition. h. 235-236.

Model orde kedua ini istilahnya sebagai kuadrat murni dari $\beta_{11}x_1^2, \beta_{22}x_2^2, \dots, \beta_{kk}x_k^2$ yang tujuannya adalah untuk mendeteksi model kelengkungan. Mengingat bahwa penggunaan model sebagai jalan untuk meningkatkan standar dari desain dua tingkat yang memungkinkan nilai standar kebebasan hanya untuk nilai estimasi, dan dengan demikian pengujian ini adalah koefisien orde kedua. Akibatnya, perkiraan efisien $\beta_{11}, \beta_{22}, \dots, \beta_{kk}$ membutuhkan poin desain tambahan. Upaya untuk perbaikan produk dengan melalui teknik gradien, disebut dakian tercuram, peneliti akan menghadapi situasi di mana kurangnya fit yang menyebabkan kelengkungan dari orde kedua ditemukan cukup signifikan. Dalam kasus ini menyebutkan dua faktor dari interaksi $\beta_{12}, \beta_{13}, \dots, \beta_{k-1,k}$ sangat tidak memadai, karena ada kemungkinan bahwa terdapat model orde pertama, Akibatnya, sebuah model orde kedua permukaan respon, adalah pilihan yang tepat.

Model orde kedua secara luas digunakan dalam metodologi respon permukaan karena beberapa alasan. Di antaranya adalah sebagai berikut.

- Model orde kedua sangat fleksibel. Hal ini dapat mengambil berbagai bentuk fungsional, sehingga akan sering bekerja dengan baik sebagai pendekatan ke permukaan respon yang benar.
- Sangat mudah untuk memperkirakan parameter β dalam model orde kedua.
- Ada pengalaman praktis yang cukup, yang menunjukkan bahwa model orde kedua bekerja dengan baik dalam memecahkan masalah permukaan respon nyata.

Dalam beberapa situasi, pendekatan polinomial order yang lebih besar dari dua digunakan. Untuk pendekatan polinomial fungsi respon f didasarkan pada rangkaian ekspansi seri taylor. Akhirnya, diketahui bahwa ada hubungan yang erat antara RSM dan

analisis regresi linear. Namun Sebelum dilakukan regresi, dilakukan transformasi data pada level untuk masing-masing variabel bebas dengan menggunakan persamaan :

$$\xi_{kn} = \frac{(x_{kn} - \bar{x}_k)}{\frac{1}{2}d_k} \quad (21)$$

Dimana :

ξ_{kn} = hasil transformasi untuk variabel ke-k dan level ke-n.

x_{kn} = nilai dari variabel bebas ke-k pada level ke-k

\bar{x}_k = rata-rata dari variabel bebas ke-k.

d_n = selisih nilai terbesar dan terkecil variabel bebas ke-k.

2. Metode Kuadrat terkecil

Metode ini memilih suatu garis yang membuat jumlah kuadrat vertikal dari titik-titik pengamatan ke garis regresi tersebut sekecil mungkin. Seperti halnya dalam model regresi linear sederhana, β_0, β_1 dan β_2 ditaksir dengan metode kuadrat terkecil, dan persamaan normal dapat dituliskan sebagai berikut :

$$J = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \beta_2 x_{i2})^2 \quad (22)$$

Dimana :

J = Nilai minimum

y = Nilai peubah terikat (yang akan di model)

x = Nilai peubah bebas (yang digunakan untuk menaksir nilai y)

ε = Komponen error

β_0 = Penggalan y dari garis regresi, yaitu titik tempat garis lurus memotong sumbu y)

β_1 = Koefisien regresi (dalam hal ini, koefisien arah garis lurus, yaitu besarnya nilai kenaikan (atau penurunan) komponen dari y untuk setiap satuan kenaikan x

Minimum diperoleh dengan mencari turunan J terhadap β_0, β_1 dan β_2 dan kemudian menyamakan tiap turunan tersebut dengan nol. Dalam perhitungan berikut β_0, β_1 dan β_2 langsung diganti dengan penaksirannya b_0, b_1 dan b_2 .³⁸ Selanjutnya dengan menggunakan metode kuadrat terkecil, Penyelesaian persamaan ini akan memberikan nilai-nilai b_0, b_1 dan b_2 , sebagai taksiran untuk β_0, β_1 dan β_2 dengan rumus sebagai berikut³⁹ :

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}_1 - b_2 \bar{X}_2 \quad (23)$$

Dimana :

b_0, b_1, b_2 = Taksiran nilai untuk $\beta_0, \beta_1, \beta_2$

\bar{Y} = Nilai rata-rata peubah terikat

\bar{X} = Nilai rata-rata peubah bebas

³⁸ R.K. Sembiring, *Analisis Regresi* (Cet. I; Bandung: ITB, 1995). h. 93

³⁹ Muhammad Arif Tiro, *Analisis Korelasi dan Regresi* (Cet. I; Makassar: Andira Publisher, 2010). h. 129-130

$$b_1 = \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_{2i}^2 \right) \left(\sum_{i=1}^n x_{1i} y_i \right) - \left(\sum_{i=1}^n x_{1i} x_{2i} \right) \left(\sum_{i=1}^n x_{2i} y_i \right)}{\left(\sum_{i=1}^n x_{1i}^2 \right) \left(\sum_{i=1}^n x_{2i}^2 \right) - \left(\sum_{i=1}^n x_{1i} x_{2i} \right)^2} \quad (24)$$

Dimana :

b_1 = Taksiran nilai untuk β_1

y = Nilai peubah terikat (yang akan di model)

x = Nilai peubah bebas (yang digunakan untuk menaksir nilai y)

$$b_2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_{1i}^2 \right) \left(\sum_{i=1}^n x_{2i} y_i \right) - \left(\sum_{i=1}^n x_{1i} x_{2i} \right) \left(\sum_{i=1}^n x_{1i} y_i \right)}{\left(\sum_{i=1}^n x_{1i}^2 \right) \left(\sum_{i=1}^n x_{2i}^2 \right) - \left(\sum_{i=1}^n x_{1i} x_{2i} \right)^2} \quad (25)$$

Dimana :

b_2 = Taksiran nilai untuk β_2

y = Nilai peubah terikat (yang akan di model)

x = Nilai peubah bebas (yang digunakan untuk menaksir nilai y)

Jika disusun dalam bentuk matriks maka persamaan berbentuk :

$$X' X b = X' Y \quad (26)$$

Dimana :

X' = nilai transpose dari matriks X

X = Nilai X dalam bentuk matriks

b = Nilai estimasi dari β

Y = Nilai Y dalam bentuk matriks

Lalu jika :

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} \\ 1 & x_{21} & x_{22} \\ 1 & x_{31} & x_{32} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \quad (27)$$

$$X'X = \begin{pmatrix} n & \sum x_{i1} & \sum x_{i2} \\ \sum x_{i1} & \sum x_{i1}^2 & \sum x_{i1}x_{i2} \\ \sum x_{i2} & \sum x_{i1}x_{i2} & \sum x_{i2}^2 \end{pmatrix} \quad (28)$$

$$X'Y = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_{11} & x_{21} & x_{31} & \dots & x_{n1} \\ x_{12} & x_{22} & x_{32} & \dots & x_{n2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum y_i \\ \sum x_{i1}y_i \\ \sum x_{i2}y_i \end{pmatrix} \quad (29)$$

Dalam mencari metode kuadrat terkecil sebagai estimasi dari parameter β pada, persamaan yang digunakan adalah sebagai berikut :

$$E(b) = \beta \quad (30)$$

Dimana :

E = Nilai Error

b = Nilai estimasi dari β

β = Nilai Koefisien regresi

$$SS_E = Y'Y - b'X'Y \quad (31)$$

Dimana :

SS_E = Nilai total kuadrat Error

Y' = Nilai transpose dari matriks Y

Y = Nilai Y dalam bentuk matriks

b' = Nilai transpose dari estimasi nilai β

X' = Nilai transpose dari matriks X

$$E(SS_E) = \sigma^2(n - p) \quad (32)$$

Dimana :

E = Nilai Error

SS_E = Nilai total kuadrat Error

σ^2 = Nilai kuadrat Error

n = Jumlah data

p = Nilai keseluruhan data

$$\sigma^2 = \frac{SS_E}{n-p}, p = k + 1 \quad (33)$$

Dimana :

E = Nilai Error

SS_E = Nilai total kuadrat Error

σ^2 = Nilai kuadrat Error

n = Jumlah data

p = Nilai keseluruhan data dijumlahkan 1

k = Nilai total dari keseluruhan data

$$Y'Y = \sum_{i=1}^{18} y_i^2 \quad (34)$$

Dimana :

Y' = Nilai transpose dari matriks Y

Y = Nilai Y dalam bentuk matriks

y = Nilai peubah terikat

$$SS_T = Y'Y - \frac{\sum_{i=1}^{18} (y_i)^2}{18} \quad (35)$$

Dimana :

SS_T = Nilai kuadrat keseluruhan total data

Y' = Nilai transpose dari matriks Y

Y = Nilai Y dalam bentuk matriks

y = Nilai peubah terikat

$$SS_R = b'X'Y - \frac{\sum_{i=1}^{18}(y_i)^2}{18} \quad (36)$$

Dimana :

SS_R = Nilai kuadrat keseluruhan regresi

Y' = Nilai transpose dari matriks Y

Y = Nilai Y dalam bentuk matriks

y = Nilai peubah terikat

$$SS_E = SS_T - SS_R \quad (37)$$

Dimana :

SS_E = Nilai total kuadrat Error

SS_T = Nilai kuadrat keseluruhan total data

SS_R = Nilai kuadrat keseluruhan regresi

$$R^2 = \frac{SS_R}{SS_T} \quad (38)$$

Dimana :

R^2 = Nilai kuadrat koefisien regresi

SS_T = Nilai kuadrat keseluruhan total data

SS_R = Nilai kuadrat keseluruhan regresi

3. Permukaan respon

Response-surface telah lebih dahulu muncul sebagai alat analisis optimasi pada skala industri. Berbagai asumsi statistika maupun matematika yang melekat pada metode ini, menjadi sebuah keunggulan sekaligus kekurangan dalam aplikasi praktisnya. Keunggulan Response-surface sangat terlihat ketika model matematis memenuhi seluruh

asumsi statistik yang melekat sehingga optimasinya menjadi tidak bias. Hasil sebaliknya terjadi ketika salah satu saja asumsi tersebut tidak terpenuhi. Response-surface juga mengakomodasi adanya “*steepest ascent/descent*”, dimana *steepest ascent/descent* ini merupakan salah satu metode untuk menentukan hasil respon optimalnya.⁴⁰

Permukaan respon ini menjadi suatu metode, dimana metode ini biasa disebut metode permukaan respon. Jadi metode permukaan respon menjadi suatu metode yang digunakan untuk menyelesaikan persoalan optimilisasi. Metode ini termasuk dalam rancangan percobaan terdapat suatu anggapan yang data pengamatan-pengamatannya didapat mempunyai sebaran yang bebas, dan anggapan ini dibenarkan oleh adanya petunjuk acak dari perlakuan pada unit-unit percobaan.⁴¹

Metode ini merupakan metode yang digunakan dan diaplikasikan dalam rancangan percobaan. Metode ini menggunakan analisis variansi untuk melihat peubah bebas atau interaksi dari peubah bebas yang berpengaruh signifikan terhadap respon. Metode ini cocok untuk peubah bebas yang bertaraf kualitatif dan kuantitatif. Namun untuk peubah bebas yang bertaraf kualitatif, hanya terbatas pada taraf yang dicobakan saja dengan satu indikator. Nilai optimal akan di dapatkan namun saja hanya pada terbatas pada taraf yang dicobakan saja dengan satu indikator. Misalnya pada proses sealing pada pengemasan suatu produk.

Sedangkan untuk metode ini harus juga melihat taraf yang lain, dari beberapa indikator, dan maka dari itu metode ini lebih cocok jika menggunakan peubah bebas yang bertaraf kuantitatif, karena kita melihat taraf lain dari beberapa indikator yang dicobakan.

⁴⁰ M. Arbi Hadiyat. “Response-surface dan Taguchi : Sebuah alternatif atau kompetisi dalam optimasi secara praktis” *Jurnal Teknik Industri, Universitas Surabaya*, h. 1. arbi@ubaya.ac.id, moch.arbi@gmail.com. (Diakses 09 Januari 2015).

⁴¹ Muh. Khalifah Mustami, *Rancangan Percobaan*), h. 10.

Metode permukaan respon digunakan untuk mencari taraf-taraf peubah bebas yang dapat mengoptimalkan respon. Metode ini memerlukan data yang tidak terlalu banyak, sehingga kondisi optimum respon dapat diperoleh dengan waktu yang tidak terlalu lama dan biaya yang minimum.⁴²

Metodologi respon permukaan (RSM) adalah kumpulan teknik statistik dan matematika yang berguna untuk mengembangkan, meningkatkan, dan mengoptimalkan hxpotes. Ia juga memiliki aplikasi penting dalam desain, pengembangan, dan perumusan produk baru, serta peningkatan desain produk yang ada. Jadi metode ini penerapannya sangat berguna terutama dalam bidang industri.

Maka dari itu aplikasi yang paling luas dari RSM berada di dunia industri, terutama dalam situasi di mana beberapa variabel masukan berpotensi mempengaruhi beberapa ukuran kinerja atau karakteristik kualitas dari produk atau proses. Karakteristik ukuran kinerja atau kualitas ini disebut respon. Sebagian besar aplikasi dunia nyata dari RSM akan melibatkan lebih dari satu respon.⁴³

D. METODE DAKIAN TERCURAM

Setelah menentukan titik stasionernya, maka langkah selanjutnya yaitu menentukan karakteristik permukaan respon. Metode dakian tercuram merupakan salah satu metode yang akan digunakan untuk menganalisis hasil dari metode permukaan respon yang digunakan

⁴²Ade Kusuma Dewi, "Penerapan Metode Permukaan Respon Dalam Masalah Optimalisasi", h. 32-36. <http://ojs.unud.ac.id/index.php/mtk/article/view/6289>. (Diakses 09 Januari 2015).

⁴³ Raymond H. Myers dan Douglas C. Montgomery, *Response Surface Methodology : Process and product optimization using designed experiment*, Second Edition, Vol. 1, Ed. P. cm (A Wiley-Interscience publication : John Wiley & Sons, INC, 2002), h. 1.

untuk menetapkan daerah percobaan yang maksimum dengan mencari daerah respon maksimum.

Metode ini merupakan Desain eksperimen yang digunakan dalam mencari wilayah peningkatan respon merupakan metode dakian curam. Jenis desain yang digunakan adalah desain faktorial. Satu harus diingat bahwa strategi ini melibatkan gerakan berurutan dari satu daerah ke faktor lain. Akibatnya operasi keseluruhan mungkin melibatkan lebih dari satu percobaan. Dimulai dengan asumsi bahwa model orde pertama adalah perkiraan yang layak dari sistem di wilayah awal x_1, x_2, \dots, x_k .⁴⁴

Menetapkan lintasan dakian tercuram, dengan melihat nilai dari variabel bebas x_1 dan x_2 . Lalu, menentukan interval pada x_j sebagai ukuran langkah dasar Δx_j . Sebagai dasar pemilihan x_j variabel faktor dengan nilai mutlak koefisien regresi terbesar ($|\hat{\beta}_j|$) terbesar. Apabila langkah-langkah sepanjang lintasan dakian tercuram ini proposional terhadap koefisien regresi b_i . Nilai langkah untuk variabel-variabel lain adalah:

$$\Delta X_i = \frac{\hat{\beta}_i}{\hat{\beta}_j} \Delta X_j; i = 1, 2, \dots, k; i \neq j$$

(39)

Dimana :

ΔX_i = Variabel factor untuk kombinasi nilai variable x_i

$\hat{\beta}_i$ = Nilai koefisien ke i

⁴⁴ Raymond H. Myers dan Douglas C. Montgomery, *Response Surface Methodology : Process and product optimization using designed experiment, Second Edition*. h. 203-204.

Dari persamaan (26) ΔX_i dikonversikan menjadi ΔX_i variabel faktor untuk mencari kombinasi nilai variabel x_i pada lintasan. Dengan kombinasi tersebut, dapat dilakukan rangkaian percobaan untuk mengamati nilai responnya. Pada tahap selanjutnya, percobaan dibangkitkan sepanjang lintasan dakian tercuram itu sampai tidak diperoleh lagi peningkatan respons yang diamati. . Karakteristik permukaan respon pada metode permukaan respon dilakukan di daerah optimum setelah mendapatkan titik stasioner. Penentuan karakteristik respon ini digunakan untuk mengetahui apakah jenis titik stasioner yang didapatkan berupa titik minimum, maksimum, atau titik pelana, ditentukan dari harga λ_i sebagai berikut :

- Jika nilai λ_i semua positif maka x_0 adalah titik minimum.
- Jika nilai λ_i semua negative maka x_0 adalah titik maksimum
- Jika nilai λ_i berbeda tanda maka x_0 adalah titik pelana (*saddle point*).

a) Titik Stasioner

Titik stasioner diperoleh dengan cara mendifferensialkan persamaan (9) secara parsial terhadap variabel bebas x dan disamadengankan nol. Lalu dijadikan dalam bentuk matriks maka :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_1} \\ \frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2b_{11} & \frac{1}{2}b_{12} & \cdots & b_{1k} \\ \text{Symm} & 2b_{22} & \cdots & b_{2k} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & 2b_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix} = 0$$

Dimana :

$\partial \hat{Y}$ = Differensial secara parsial terhadap nilai variable Y

∂x_1 = Differensial secara parsial terhadap nilai variable X

$$x = -\frac{1}{2} B^{-1} b \quad (41)$$

b) Anava

Setelah menentukan karakteristik permukaan responnya, langkah selanjutnya yaitu menginterpretasi hasil data, mengambil kesimpulan melalui uji kecocokan model. Untuk uji kecocokan model, maka yang harus dilakukan untuk mengetahui apakah model sudah sesuai dengan model yang diduga atau belum dengan uji *Lack of fit*. Hipotesisnya sebagai berikut :

H_0 : *tidak ada lack of fit (Model cocok)*

H_1 : *ada lack of fit (Model tidak cocok)*

Pengujian terhadap hipotesis menggunakan tabel analisis varians (ANOVA). Statistik yang digunakan untuk uji H_0 dalam pengujian model adalah :

$$F = \frac{MS_{LOF}}{MS_{PE}} \quad (42)$$

Dimana :

F = Nilai Uji

MS_{LOF} = Nilai rata-rata uji lack of fit

MS_{PE} = Nilai rata-rata uji interfensi data

Daerah penolakan yaitu tolak H_0 apabila $F > F_{(\alpha; n-k-1-n_E; n_E)}$ dengan derajat signifikan $\alpha = 0,05$ yang berarti ketidak sesuaian antara model yang diduga dengan dengan model sebenarnya.

E. TINJAUAN PRODUK CAKE

Industri di Indonesia ada berbagai macam. Salah satu yang banyak digunakan dan menjadi bahan pokok dalam kehidupan adalah produk makanan. Produk makanan yang sekarang tentunya tidak secara langsung dikemas dalam bentuk kemasan yang seperti kita temukan, namun melalui beberapa proses. Dalam suatu produksi terdapat strategi operasi yang berguna untuk kualitas produk dan efisiensi proses menjadi pemikiran utama perusahaan yang sadar akan adanya persaingan ketat dalam dunia industri. Produk makanan yang ada pada saat ini, ada berbagai jenis yang tersebar. Salah satu yang dapat menjadi sumber utama untuk makanan adalah jenis biji-bijian, misalnya kacang-kacangan.

Berbagai jenis kacang-kacangan yang terdapat di Indonesia, dengan berbagai warna, bentuk, varietas yang sangat banyak memiliki potensi untuk menambah variasi dan memenuhi zat gizi dalam berbagai produk patiseri. Jenis kacang yang sangat terkenal salah satunya kacang keledai. Selain jenis kacang kacang keledai, ada lagi jenis kacang-kacang lain, seperti kacang tunggak, kacang hijau, dan kacang merah, tetapi kacang-kacang tersebut belum merakyat atau belum disejajarkan dengan keledai.

Kacang merah (*Phaseolus vulgaris L.*) memiliki kandungan protein cukup tinggi, yaitu antara 21-27%. Kacang merah kering merupakan sumber protein nabati, karbohidrat

kompleks, serat, vitamin B, folasin, tiamin, kalsium, fosfor dan zat besi. Folasin adalah zat gizi esensial yang mampu mengurangi resiko kerusakan pada pembuluh darah. Kacang merah juga memiliki kemampuan untuk mengatasi bermacam-macam penyakit, antara lain mampu mengurangi kerusakan pembuluh darah, mampu menurunkan kadar kolesterol dalam darah, mengurangi konsentrasi gula darah, serta menurunkan resiko kanker usus besar dan kanker payudara. Selain memberikan manfaat yang cukup banyak kacang merah juga memiliki kelemahan yaitu dapat menimbulkan gas di dalam perut sehingga perut menjadi kembung.⁴⁵

1. *Cake Pie*

Cake pie merupakan produk kombinasi dari adonan pie dengan adonan *cake*. Adonan *pie* yang digunakan merupakan adonan *pie* yang dibuat dengan cara penimbangan bahan, pencampuran bahan hingga membentuk adonan menyerupai pasir (*mealy pie dough*), pengulian, penyimpanan pada refrigerator, penggilingan, pencetakan dan diakhiri dengan pengovenan. Bahan dasar untuk membuat *pie* adalah tepung terigu, mentega, telur dan garam. Adonan *cake* yang digunakan adalah adonan sponge cake. Teknik olah pembuatan sponge cake yaitu penimbangan bahan, pengocokan telur, kuning telur dan gula pasir hingga setengah mengembang kemudian memasukkan ovalet dan mengocoknya hingga mengembang. Setelah itu baru mencampurnya dengan tepung terigu, maizena, susu bubuk dan yang terakhir mentega cair dan mengaduknya hingga rata kemudian diselesaikan dengan proses pengovenan. Pada pengolahan cake pie adonan pie dicetak dengan cetakan pie

⁴⁵ Marlinda Retno Budya Ningrum, "Pengembangan Produk Cake dengan Substitusi Tepung kacang Merah,". *Proyek Akhir* (Juli 2012), h. 1-2. <http://Marlinda20Retno20Budya20Ningrum.pdf>. (Diakses 09 Januari 2015).

kemudian dioven setengah matang setelah itu diisi dengan adonan sponge cake kemudian diselesaikan dengan dioven.

2. Cup Cake

Cup cake adalah makanan modifikasi dari *cake*, berasa manis, kaya akan lemak dan gula yang dibuat dengan menggunakan cetakan *muffin* yang diberi alas *cup caeses* agar lebih praktis. Adonan *cup cake* yang digunakan adalah adonan *pound cake*. Bahan dasar *pound cake* terdiri dari tepung terigu, telur, gula halus, lemak, susu dan baking powder. Teknik pembuatannya diawali dengan penimbangan bahan, pengocokan kuning telur dan gula halus sampai putih kemudian pencampuran tepung terigu dan baking powder. Putih telur dikocok terpisah, setelah putih telur dikocok sampai kaku masukkan putih telur dalam adonan, setelah tercampur rata dimasukkan dalam cup caeses kemudian diselesaikan dengan pengovenan. Teknik pencampuran dalam pembuatan *pound cake* tersebut biasa disebut dengan teknik *creaming*. Hasil dari *pound cake* adalah cake yang padat, pendek dengan remah kasar. Untuk mengurangi kepadatannya, putih telur dapat dikocok terpisah.

3. Small Cake

Small cake mempunyai bentuk kecil atau mini dengan porsi 3-4 gigitan, beras manis, dan kaya akan lemak. *Small cake* terbuat dari adonan *genoise sponge cake*. Teknik pembuatan *genoise sponge cake* diawali dengan penimbangan bahan kemudian mengocok telur dan gula didalam kom adonan, diatas kom lain yang berisi air hangat atau di atas api selama pengocokan berlangsung setelah itu memasukkan mentega cair bergantian dengan tepung terigu dengan 3 kali tuang dan diaduk rata, pencetakan dan diselesaikan dengan di oven. Bahan dasar pembuatan *genoise sponge cake* adalah telur, gula halus, mentega dan tepung terigu. Karakteristik hasil *genoise sponge cake* adalah *cake* yang ringan dan halus.

BAB III

METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Adapun jenis penelitian yang digunakan penulis dalam penelitian ini yaitu penelitian dengan membangkitkan data.

B. Sumber Data

Adapun sumber data yang terdapat dalam penelitian ini adalah penelitian dengan data sekunder tentang pengembangan produk *cake* dengan substitusi tepung kacang merah yang terdiri dari 3 jenis *cake* yang berbeda, dengan pemberian substitusi tepung kacang merah yang berbeda kadarnya, dan di bakar melalui suhu yang akan menghasilkan kadar berat hasil pembakaran kue yang berbeda, yaitu 15 gr, 25 gr, 37 gr, 37.5 gr, 50 gr, 60 gr, 62.5 gr, 65 gr, 75 gr, 125 gr, 200 gr, 225 gr, dan 250 gr. Dan suhu 170 °C, 175 °C, dan 180 °C, karena data yang digunakan sebagai contoh kasus diambil dari skripsi saudari Marlinda Retno Budya Ningrum

C. Variabel Penelitian

Adapun variabel yang digunakan dalam penelitian ini berdasarkan uraian di atas terdiri dari tiga variabel yaitu variabel bebas yang diberi lambang X. dan variabel respon yang akan diberi lambang Y, yang akan di optimalisasi yaitu berat pembakaran kue dengan beberapa faktor yaitu jenis *cake* yang terdiri dari 3 jenis yaitu *cake pie*, *cup cake*, dan *small cake* dengan pemberian substitusi kacang merah sebanyak 20 % dan 50 % dan suhu 170 °C, 175 °C, dan 180 °C.

D. Prosedur Penelitian

Adapun prosedur penelitian di dalam penelitian ini yaitu :

1. Menyusun data yang telah di dapatkan.
2. Menetapkan level dari taraf masing-masing peubah bebas.
3. Analisis Data dengan Metode Permukaan Respon

- a. Merancang percobaan orde I.

Persamaan matematis yang akan digunakan untuk menemukan hubungan antara respon y dan faktor x , digunakan model regresi linear, atau yang lebih dikenal dengan *first-order model* (model orde I) yaitu :

$$y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon$$

- b. Melakukan analisis variansi yang bertujuan untuk menentukan hipotesis dari model orde I.

4. Analisis Metode Dakian Tercuram

- a. Apabila uji anava signifikan dan model di dapat sesuai, selanjutnya dilakukan pencarian taraf di daerah optimal dengan melihat lintasan dakian tercuram, dari nilai variabel bebas x_1 dan x_2 . Dan untuk menentukan interval pada x_j sebagai ukuran langkah dasar Δx_j . Adapun persamaannya yaitu :

$$\Delta X_i = \frac{\hat{\beta}_i}{\hat{\beta}_j} \Delta X_j; i = 1, 2, \dots, k; i \neq j$$

- b. Merancang percobaan orde II.

Persamaan matematis yang digunakan untuk model orde ke II yaitu sebagai berikut :

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \sum_{j=2}^k \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon$$

c. Melakukan analisis variansi bertujuan untuk menentukan hipotesis dari model orde

II.

d. Mencari lokasi titik stasioner.

Titik stasioner diperoleh dari bentuk matriks :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_1} \\ \frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2b_{11} & \frac{1}{2}b_{12} & \dots & b_{1k} \\ & 2b_{22} & \dots & b_{2k} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & 2b_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix} = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} B^{-1} b$$

e. Menentukan karakter titik stasioner.

Penentuan karakteristik respon ini digunakan untuk mengetahui apakah jenis titik stasioner yang didapatkan berupa titik minimum, maksimum, atau titik pelana, ditentukan dari harga λ_i sebagai berikut :

- Jika nilai λ_i semua positif maka x_0 adalah titik minimum.
- Jika nilai λ_i semua negative maka x_0 adalah titik maksimum
- Jika nilai λ_i berbeda tanda maka x_0 adalah titik pelana (*saddle point*).

5. Menentukan nilai respon optimal.

Menentukan nilai respon optimal berdasarkan pada gambar grafik yang memperlihatkan hasil analisis untuk respon optimal dengan nilai maksimum dan minimum y .



BAB IV

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. Hasil Penelitian

Berdasarkan hasil penelitian pada jenis produk *cake* make dapat diperoleh hasil berdasarkan uraian langkah-langkah pada prosedur penelitian tersebut di atas, yaitu untuk memperoleh nilai respon optimal dengan menggunakan metode permukaan respon (*response surface*) hasilnya adalah sebagai berikut:

1. Menyusun data yang telah di dapatkan.

Adapun data yang telah di susun, untuk jumlah total keseluruhannya yaitu 36 data. Dengan tiga taraf, yaitu jenis *cake*, spt (substitusi pemberian tepung), dan suhu, juga dengan level yang sudah ditetapkan pada masing-masing faktor, dengan nilai perulangan yang berbeda-beda pada masing-masing faktornya. Seperti pada tabel di bawah ini :

Tabel 4.1 Data eksperimen

Jenis <i>cake</i> (x_1)	Spt (x_2)	Suhu (x_3)	Ulangan berat hasil pembakaran kue (y)
<i>Cake pie</i>	20	170	60
<i>Cake pie</i>	20	180	200
<i>Cake pie</i>	20	185	250
<i>Cake pie</i>	20	170	15
<i>Cake pie</i>	20	180	50
<i>Cake pie</i>	20	185	250
<i>Cake pie</i>	50	170	125
<i>Cake pie</i>	50	180	37.5
<i>Cake pie</i>	50	185	75

Jenis <i>cake</i> (x_1)	Spt (x_2)	Suhu (x_3)	Ulangan berat hasil pembakaran kue (y)
<i>Cake pie</i>	50	170	125
<i>Cake pie</i>	50	180	37.5
<i>Cake pie</i>	50	185	75
<i>Cup cake</i>	20	170	65
<i>Cup cake</i>	20	180	200
<i>Cup cake</i>	20	185	125
<i>Cup cake</i>	20	170	125
<i>Cup cake</i>	20	180	25
<i>Cup cake</i>	20	185	125
<i>Cup cake</i>	50	170	62.5
<i>Cup cake</i>	50	180	125
<i>Cup cake</i>	50	185	125
<i>Cup cake</i>	50	170	125
<i>Cup cake</i>	50	180	195
<i>Cup cake</i>	50	185	250
<i>Small cake</i>	20	170	75
<i>Small cake</i>	20	180	15
<i>Small cake</i>	20	185	75
<i>Small cake</i>	20	170	170
<i>Small cake</i>	20	180	75
<i>Small cake</i>	20	185	150
<i>Small cake</i>	50	170	75
<i>Small cake</i>	50	180	37.5
<i>Small cake</i>	50	185	75
<i>Small cake</i>	50	170	300
<i>Small cake</i>	50	180	74.5
<i>Small cake</i>	50	185	150

Pada tabel di atas, untuk jenis *cake* terdapat 3 level. Dengan setiap levelnya diberi *coding* yaitu 1 2 dan 3. Untuk 1, *coding* untuk *cake pie*, dan 2, *coding* untuk *cup cake*. Dan 3 *coding* untuk *small cake*. Sedangkan untuk spt (substitusi pemberian tepung) terdapat 2 level.

Sama seperti pada jenis *cake*, untuk spt ini juga diberi *coding* 1 untuk spt sebanyak 20 gr, dan 2 untuk spt sebanyak 50 gr. Dan untuk suhu, sama seperti jenis *cake* dan spt (substitusi pemberian tepung), suhu juga diberi *coding* 1 2 dan 3. *Coding* 1 untuk suhu sebesar 170 °C, dan *coding* 2 untuk suhu sebesar 175 °C, dan *coding* 3 untuk suhu sebesar 180 °C. setelah di *coding* maka, hasilnya seperti berikut ini :

Tabel 4.2 Pengkodean data eksperimen

Jenis <i>cake</i> (x_1)	Spt (x_2)	Suhu (x_3)	Ulangan berat hasil pembakaran kue (y)
1	1	1	60
1	1	2	200
1	1	3	250
1	1	1	15
1	1	2	50
1	1	3	250
1	2	1	125
1	2	2	37.5
1	2	3	75
1	2	1	125
1	2	2	37.5
1	2	3	75
2	1	1	65
2	1	2	200
2	1	3	125
2	1	1	125
2	1	2	25
2	1	3	125
2	2	1	62.5
2	2	2	125
2	2	3	125
2	2	1	125

Jenis <i>cake</i> (x_1)	Spt (x_2)	Suhu (x_3)	Ulangan berat hasil pembakaran kue (y)
2	2	2	195
2	2	3	250
3	1	1	75
3	1	2	15
3	1	3	75
3	1	1	170
3	1	2	75
3	1	3	150
3	2	1	75
3	2	2	37.5
3	2	3	75
3	2	1	300
3	2	2	74.5
3	2	3	150

2. Menetapkan taraf dan level masing-masing peubah bebas

Data yang telah disusun tadi yang telah ditentukan taraf dan levelnya. Selanjutnya dibuatkan pola rancangan, adapun pola rancangannya pada tabel berikut :

Tabel 4.3 Pola rancangan data eksperimen

Jenis <i>cake</i> (x_1)	Spt (x_2)	Suhu (x_3)	Ulangan berat hasil pembakaran kue (y)
1	1	1	75
1	1	2	250
1	1	3	500
1	2	1	250
1	2	2	75
1	2	3	150
2	1	1	190
2	1	2	225
2	1	3	250

Jenis <i>cake</i> (x_1)	Spt (x_2)	Suhu (x_3)	Ulangan berat hasil pembakaran kue (y)
2	2	1	125
2	2	2	195
2	2	3	250
3	1	1	170
3	1	2	75
3	1	3	75
3	2	1	300
3	2	2	74.5
3	2	3	150

Tabel di atas memperlihatkan pola rancangan data dengan memperlihatkan nilai total dari pola rancangan data eksperimen pada tabel 4.1. selanjutnya berdasarkan pada tabel 4.2 maka, bentuk pola rancangan data experiment dengan menggunakan *coding* menjadi :

Tabel 4.4 *Coding* pola rancangan data eksperimen

Level (x)			Ulangan berat hasil pembakaran kue (y)		Total	Rata-Rata
Jenis <i>cake</i> (x_1)	Spt (x_2)	Suhu (x_3)	1	2		
1	1	1	60	15	75	37.5
		2	200	50	250	125
		3	250	250	500	250
	2	1	125	125	250	125
		2	37.5	37.5	75	37.5
		3	75	75	150	37.5

Level (x)			Ulangan berat hasil pembakaran kue (y)		Total	Rata-Rata
Jenis <i>cake</i> (x_1)	Spt (x_2)	Suhu (x_3)	1	2		
2	1	1	65	125	190	95
		2	200	25	225	112.5
		3	125	125	250	125
	2	1	62.5	62.5	125	62.5
		2	70	125	195	97.5
		3	125	125	250	125
3	1	1	95	75	170	85
		2	60	15	75	37.5
		3	75	75	150	37.5
	2	1	225	75	300	150
		2	37	37.5	74.5	37.25
		3	75	75	150	75
TOTAL			1947	1432.5	3379.5	1652.25

Pada tabel di atas, berdasarkan pada hasil Pola rancangan data eksperimen yang memperlihatkan nilai total untuk masing-masing faktor. Maka, jumlah keseluruhan datanya ada 36. Karena $N=12$, untuk tiap taraf (level) dari jenis *cake*. Dan $N=18$, untuk tiap taraf (level) dari spt (substitusi pemberian tepung) dan $N=12$, untuk tiap taraf (level) dari suhu. Sedangkan jumlah total untuk nilai ulangan yaitu 3379.5, dengan nilai total ulangan 1 = 1947 dan total nilai ulangan ke 2 = 1432,5. Dengan total rata-rata= 1652,25 dan

Berdasarkan hasil analisis dari taraf dan level yang telah di tentukan, maka telah di dapatkan bentuk matriks dari Data eksperimen di atas seperti yang terdapat pada Lampiran 2, dimana analisisnya memperlihatkan hasil dari desain faktorial. Dimana desain faktorialnya diperoleh berdasarkan data pada setiap kombinasi dari tingkat pada data

eksperimen, analisis ini disebut matriks rancangan. Jadi desain faktorialnya 2^3 , dimana 2 adalah banyaknya perlakuan, dan 3 adalah faktornya.

Tabel 4.5 Matriks rancangan data eksperimen

StdOrder	RunOrder	PtType	Blocks	jenis <i>cake</i>	spt	suhu	ulangan
1	1	1	1	1	1	1	60
2	2	1	1	1	1	2	200
3	3	1	1	1	1	3	250
4	4	1	1	1	2	1	125
5	5	1	1	1	2	2	37.5
6	6	1	1	1	2	3	75
7	7	1	1	2	1	1	65
8	8	1	1	2	1	2	200
9	9	1	1	2	1	3	125
10	10	1	1	2	2	1	62.5
11	11	1	1	2	2	2	70
12	12	1	1	2	2	3	125
13	13	1	1	3	1	1	95
14	14	1	1	3	1	2	60
15	15	1	1	3	1	3	75
16	16	1	1	3	2	1	225
17	17	1	1	3	2	2	37
18	18	1	1	3	2	3	75
19	19	1	2	1	1	1	15
20	20	1	2	1	1	2	50
21	21	1	2	1	1	3	250
22	22	1	2	1	2	1	125
23	23	1	2	1	2	2	37.5
24	24	1	2	1	2	3	75
25	25	1	2	2	1	1	125
26	26	1	2	2	1	2	25
27	27	1	2	2	1	3	125
28	28	1	2	2	2	1	62.5
29	29	1	2	2	2	2	125
30	30	1	2	2	2	3	125
StdOrder	RunOrder	PtType	Blocks	jenis <i>cake</i>	spt	suhu	ulangan
31	31	1	2	3	1	1	75
32	32	1	2	3	1	2	15
33	33	1	2	3	1	3	75
34	34	1	2	3	2	1	75
35	35	1	2	3	2	2	37.5
36	36	1	2	3	2	3	75

3. Analisis Data Dengan Metode Permukaan Respon

Sebelum merancang orde 1, terlebih dahulu dilakukan analisis untuk model rancangan faktorialnya. berdasarkan hasil dari pola rancangan data eksperimen, maka di dapatkan, desain tabel untuk rancangan faktorialnya, adapun hasilnya sebagai berikut :

Tabel 4.6 Kalkulasi efek desain rancangan faktorial 2^3

Kombinasi Pecobaan	efek faktorial							
	<i>I</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>AB</i>	<i>C</i>	<i>AC</i>	<i>BC</i>	<i>ABC</i>
<i>I</i>	+	-	-	+	-	+	+	-
<i>a</i>	+	+	-	-	-	-	+	+
<i>b</i>	+	-	+	-	-	+	-	+
<i>ab</i>	+	+	+	+	-	-	-	-
<i>c</i>	+	-	-	+	+	-	-	+
<i>ac</i>	+	+	-	-	+	+	+	-
<i>bc</i>	+	-	+	-	+	-	+	-
<i>abc</i>	+	+	+	+	+	+	+	+

Hasil dari kalkulasi efek desain rancangan di atas, di ambil dari kombinasi faktorial yang berpengaruh besar terhadap eksperimen, karena rancangan faktorialnya 2^3 , maka analisisnya $2^3(3-1) = 16$, 16 nilai total dari 2 kali perulangan dari data eksperimen. Dan dari hasil analisis tersebut akan membentuk tabel rancangan faktorial dari data eksperimen, dari adapun tabelnya sebagai berikut :

Tabel 4.7 Rancangan faktorial 2^3 eksperimen

A (jenis cake) (x_1)	B (gr) (spt) (x_2)	C (°) (suhu) (x_3)	Perulangan (gr) (Berat kue hasil pembakaran)		Total
			1	2	
-1	-1	-1	60	15	75
1	-1	-1	200	50	250
-1	1	-1	250	250	500
1	1	1	125	125	250
-1	-1	1	37.5	37.5	75
1	-1	-1	75	75	150
-1	1	-1	65	125	190
1	1	1	200	25	225

Berdasarkan tabel di atas, maka hasil analisisnya berdasarkan persamaan (5), (6), (7), (8), (9), (10), (11) adalah :

$$A = \frac{1}{4(2)} [250 - 75 + 250 - 500 + 150 - 75 + 225 - 190] = \frac{1}{8} (35) = 4.375$$

$$B = \frac{1}{4(2)} [500 + 250 + 190 + 225 - 75 - 250 - 75 - 150] = \frac{1}{8} (615) = 76.875$$

$$C = \frac{1}{4(2)} [75 + 150 + 190 + 225 - 75 - 250 - 500 - 250] = \frac{1}{8} (-435) = -54.375$$

$$AB = \frac{1}{4(2)} [250 - 250 - 500 + 75 + 225 - 190 - 150 + 75] = \frac{1}{8} (-465) = -58.125$$

$$AC = \frac{1}{4(2)} [75 - 250 + 500 - 250 - 75 + 150 - 190 + 225] = \frac{1}{8} (185) = 23.125$$

$$BC = \frac{1}{4(2)} [75 + 250 - 500 - 250 - 75 - 150 + 190 + 225] = \frac{1}{8} (-235) = -29.375$$

$$ABC = \frac{1}{4(2)} [225 - 190 - 150 + 75 - 250 + 500 + 250 - 75] = \frac{1}{8} (385) = 48.125$$

a. Merancang model orde I

Untuk merancang percobaan orde 1 dan berdasarkan hasil analisis di atas, maka di dapatkan nilai efek yang besar untuk jenis *cake* ($A = 4.375$), dan untuk spt (substitusi pemberian tepung) ($B = 76.875$), dan interaksi antara jenis *cake*-spt ($C = -54.375$). Adapun terlebih dahulu menganalisis nilai estimasi β sesuai dengan nilai Rancangan faktorial 2^3 eksperimen, melalui bentuk matriks berikut ini:

$$Y = \begin{bmatrix} 75 \\ 250 \\ 500 \\ 250 \\ 75 \\ 150 \\ 190 \\ 225 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$X'X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X'X = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

$$X'Y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 75 \\ 250 \\ 500 \\ 250 \\ 75 \\ 150 \\ 190 \\ 225 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1715 \\ 35 \\ 615 \\ -435 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1715 \\ 35 \\ 615 \\ -435 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$b = \frac{1}{8} I^4 \begin{bmatrix} 1715 \\ 35 \\ 615 \\ -435 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 214.375 \\ 4.375 \\ 76.875 \\ -54.375 \end{bmatrix}$$

Jadi model orde pertama dari hasil analisis eksperimen di atas, yaitu :

$$y = 214.375 + 4.375x_1 + 76.875x_2 - 54.375x_3 \quad (11)$$

$$\hat{y} = 214.375 + \left(\frac{8.75}{2}\right)x_1 + \left(\frac{153.75}{2}\right)x_2 + \left(\frac{-116.25}{2}\right)x_3$$

Dari model di atas, maka nilai x_1, x_2, x_3 , di ganti dengan nilai sesuai dengan Tabel

4.8. jadi analisisnya :

$$\hat{y}_1 = 214.375 + \left(\frac{8.75}{2}\right)(-1) + \left(\frac{153.75}{2}\right)(-1) + \left(\frac{-116.25}{2}\right)(-1) = 75$$

$$\hat{y}_2 = 214.375 + \left(\frac{8.75}{2}\right)(1) + \left(\frac{153.75}{2}\right)(-1) + \left(\frac{-116.25}{2}\right)(-1) = 200$$

$$\hat{y}_3 = 214.375 + \left(\frac{8.75}{2}\right)(-1) + \left(\frac{153.75}{2}\right)(1) + \left(\frac{-116.25}{2}\right)(-1) = 345$$

$$\hat{y}_4 = 214.375 + \left(\frac{8.75}{2}\right)(1) + \left(\frac{153.75}{2}\right)(1) + \left(\frac{-116.25}{2}\right)(1) = 237.5$$

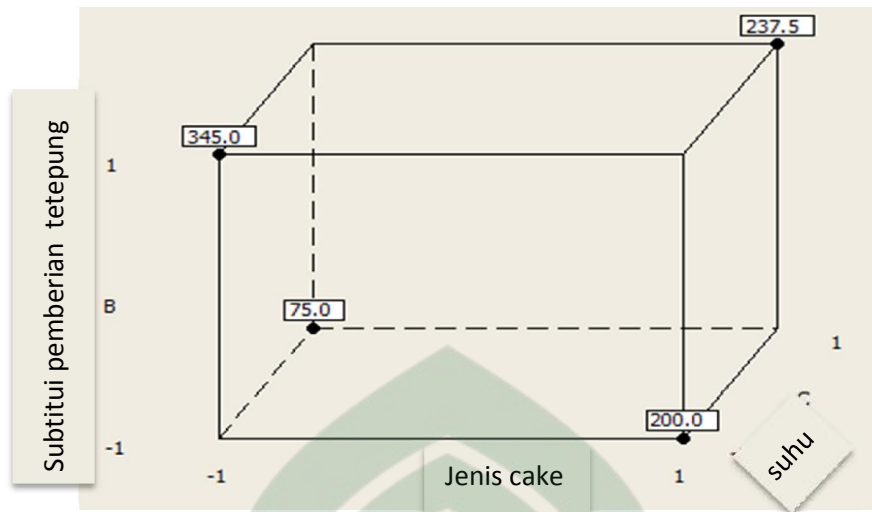
$$\hat{y}_5 = 214.375 + \left(\frac{8.75}{2}\right)(-1) + \left(\frac{153.75}{2}\right)(-1) + \left(\frac{-116.25}{2}\right)(1) = 75$$

$$\hat{y}_6 = 214.375 + \left(\frac{8.75}{2}\right)(1) + \left(\frac{153.75}{2}\right)(-1) + \left(\frac{-116.25}{2}\right)(-1) = 200$$

$$\hat{y}_7 = 214.375 + \left(\frac{8.75}{2}\right)(-1) + \left(\frac{153.75}{2}\right)(1) + \left(\frac{-116.25}{2}\right)(-1) = 345$$

$$\hat{y}_8 = 214.375 + \left(\frac{8.75}{2}\right)(1) + \left(\frac{153.75}{2}\right)(1) + \left(\frac{-116.25}{2}\right)(1) = 237.5$$

Dari hasil analisis berdasarkan tabel rancangan faktorial 2^3 eksperimen di atas, maka akan terbentuk desain kubus dari rancangan faktorial 2^3 eksperimen di atas, adapun gambarnya sebagai berikut :



Gambar 4.8 Rancangan faktorial 2^3 eksperimen

Nilai yang berada pada titik-titik di atas, berdasarkan nilai \hat{y}_i , yang telah di analisis sesuai dengan model orde I. selanjutnya mencari nilai *error* dari eksperimen, berdasarkan persamaan (13) :

$$e_1 = 75 - 75 = 0$$

$$e_2 = 250 - 200 = 50$$

$$e_3 = 500 - 345 = 155$$

$$e_4 = 250 - 237.5 \text{ gr} = 12.5$$

$$e_5 = 75 - 75 = 0$$

$$e_6 = 150 - 200 = -50$$

$$e_7 = 190 - 345 = -155$$

$$e_8 = 225 - 237.5 \text{ gr} = -12.5$$

Selanjutnya untuk nilai h_i sebagai interpretasi dari ukuran dalam nilai pengungkit, dan untuk nilai s_j^2 berdasarkan persamaan (14), maka hasil analisisnya yaitu :

$$s_j^2 = \frac{1}{3-1} (1715) = 857.5$$

$$h_i = \frac{857.5}{(2-1)(1715)} = 0.5$$

Selanjutnya untuk nilai r_i berdasarkan persamaan (15) untuk mencari residual adapun nilainya yaitu :

$$r_1 = \frac{0}{857.5\sqrt{1-0.5}} = 0$$

$$r_2 = \frac{50}{857.5\sqrt{1-0.5}} = 0.61221$$

$$r_3 = \frac{155}{857.5\sqrt{1-0.5}} = 1.89784$$

$$r_4 = \frac{12.5}{857.5\sqrt{1-0.5}} = 0.15305$$

$$r_5 = \frac{0}{857.5\sqrt{1-0.5}} = 0$$

$$r_6 = \frac{-50}{857.5\sqrt{1-0.5}} = -0.61221$$

$$r_7 = \frac{-155}{857.5\sqrt{1-0.5}} = -1.89784$$

$$r_8 = \frac{-12.5}{857.5\sqrt{1-0.5}} = -0.15305$$

Selanjutnya untuk nilai t_i berdasarkan persamaan (16) sebagai nilai uji untuk residual adapun nilai analisisnya :

$$t_1 = \frac{0}{\sqrt{(857.5)(1-0.5)}} = 0$$

$$t_2 = \frac{50}{\sqrt{(857.5)(1-0.5)}} = 2.415$$

$$t_3 = \frac{155}{\sqrt{(857.5)(1-0.5)}} = 7.487$$

$$t_4 = \frac{12.5}{\sqrt{(857.5)(1-0.5)}} = 0.603$$

$$t_5 = \frac{0}{\sqrt{(857.5)(1-0.5)}} = 0$$

$$t_6 = \frac{-50}{\sqrt{(857.5)(1-0.5)}} = -2.415$$

$$t_7 = \frac{-155}{\sqrt{(857.5)(1-0.5)}} = -7.487$$

$$t_8 = \frac{12.5}{\sqrt{(857.5)(1-0.5)}} = -0.603$$

Selanjutnya untuk nilai d_i berdasarkan persamaan (17) sebagai bentuk pengungkit dari nilai s , adapun nilainya yaitu :

$$d_1 = \frac{(0)^2(0.5)}{(4)(857.5)(1-0.5)^2} = 0$$

$$d_2 = \frac{(50)^2(0.5)}{(4)(857.5)(1-0.5)^2} = 0.557$$

$$d_3 = \frac{(155)^2(0.5)}{(4)(857.5)(1-0.5)^2} = 5.209$$

$$d_4 = \frac{(12.5)^2(0.5)}{(4)(857.5)(1-0.5)^2} = 0.133$$

$$d_5 = \frac{(0)^2(0.5)}{(4)(857.5)(1-0.5)^2} = 0$$

$$d_6 = \frac{(-50)^2(0.5)}{(4)(857.5)(1-0.5)^2} = -0.56$$

$$d_7 = \frac{(-155)^2(0.5)}{(4)(857.5)(1-0.5)^2} = -5.21$$

$$d_8 = \frac{(-12.5)^2(0.5)}{(4)(857.5)(1-0.5)^2} = -0.13$$

Dari hasil analisis di atas, maka hasil tersebut dapat di susun ke dalam bentuk tabel seperti berikut ini :

Tabel 4.8 Analisis observasi eksperimen

Eksperimen	y	\hat{y}	e_i	h_i	r_i	t_i	D_i
1	75	75	0	0.5	0	0	0
2	250	200	50	0.5	0.61221	2.415	0.557
Eksperimen	y	\hat{y}	e_i	h_i	r_i	t_i	D_i
3	500	345	155	0.5	1.89784	7.487	5.209
4	250	237.5	12.5	0.5	0.15305	0.603	0.133
5	75	75	0	0.5	0	0	0
6	150	200	-50	0.5	-0.61221	-2.415	-0.56
7	190	345	-155	0.5	-1.89784	-7.487	-5.21
8	225	237.5	-12.5	0.5	-0.15305	-0.603	-0.13

Setelah menganalisis observasi eksperimen, maka selanjutnya menganalisis lanjutan nilai dari nilai b_0, b_1 , dan b_2 sebagai nilai estimasi dari parameter β . Maka hasil analisisnya yaitu :

$$Y'Y = 495475 \quad (29)$$

$$SS_R = b'X'Y = [214.375 \quad 4.375 \quad 76.875 \quad -54.375] \begin{bmatrix} 1715 \\ 35 \\ 615 \\ -435 \end{bmatrix} = 438737.5$$

$$SS_E = 495475 - 438737.5 = 56737.5 \quad (32)$$

Maka hasil estimasinya dari SS_E berdasarkan persamaan () yaitu :

$$MS_E = \hat{\sigma}^2 = \frac{56737.5}{2-4} = -28368.75 \quad (28)$$

b. Analisis variansi

Pada analisis variansi , yaitu penentuan hipotesis, berdasarkan nilai pada Lampiran 4, maka nilai untuk anava, dapat di analisis berdasarkan nilai dari analisis eksperimen. Maka hasil analisisnya seperti berikut ini :

$$FK = \frac{(1715)^2}{3 \times 2 \times 3 \times 2} = 81700.69$$

$$JKT = [(60)^2 + (15)^2 + (200)^2 + (50)^2 + (250)^2 + (250)^2 + (125)^2 + (125)^2 \\ + (37.5)^2 + (37.5)^2 + (75)^2 + (75)^2 + (65)^2 + (125)^2 + (200)^2 \\ + (25)^2] - 74459.375 = 127822$$

$$JKP = \frac{[(75)^2 + (250)^2 + (500)^2 + (250)^2 + (75)^2 + (150)^2 + (190)^2 + (225)^2]}{3} \\ = \frac{495475}{3} - 74459.375 = 74459.38$$

$$JK A = \frac{[(1300)^2 + (415)^2]}{3 \times 3 \times 2} - 74459.375 = 33438349$$

$$JK B = \frac{[(1240)^2 + (475)^2]}{3 \times 2 \times 2} - 74459.375 = 65234.72$$

$$JK AB = \frac{[(825)^2 + (475)^2 + (415)^2]}{3 \times 2} - 74459.375 - 33445591 - 72476.04 \\ = -33405539$$

$$JK C = \frac{[(515)^2 + (550)^2 + (650)^2]}{3 \times 2 \times 3} - 74459.375 = 908524.31$$

$$JK AC = \frac{[(325)^2 + (325)^2 + (650)^2 + (190)^2 + (225)^2]}{3 \times 3} - 74459.375 - 33445591 \\ - 915765.625 = -33708099$$

$$JK BC = \frac{[(265)^2 + (475)^2 + (500)^2 + (250)^2 + (75)^2 + (150)^2]}{3 \times 2} - 74459.375 \\ - 72476.04 - 915765.625 = -949380.6$$

$$JK ABC = 90698.96 - 33445591 - 72476.04 - 915765.625 - (-33412780) \\ - (-33715341) - (-956621.88) = 33725370$$

$$JKG = 658875.250 - 107953.451 = 53362.625$$

Setelah analisis jumlah kuadrat, selanjutnya analisis nilai dari derajat kebebasan (dk), adapun hasil analisisnya berdasarkan pada tabel pola Anava RRL , yaitu :

- $Model = 8 - 1 = 7$
- $Perlakuan = 4 - 1 = 3$
- $A = 1 - 1 = 0$
- $B = 1 - 1 = 0$
- $C = 1 - 1 = 0$
- $AB = (1 - 1)(1 - 1) = 0$
- $AC = (1 - 1)(1 - 1) = 0$
- $BC = (1 - 1)(1 - 1) = 0$
- $ABC = (1 - 1)(1 - 1)(1 - 1) = 0$
- $Error = 8 - 4 = 4$
- $Total = 8 \rightarrow Cor. total = 8 - 1 = 7$

Setelah analisis derajat kebebasan (dk), selanjutnya analisis nilai dari Rerata Kuadrat (RK), adapun hasil analisisnya, yaitu :

- $RKP = \frac{74459.375}{3} = 24820$
- $RK A = \frac{33438349}{0} = *$
- $RK B = \frac{65234.72}{0} = *$
- $RK C = \frac{908524.31}{0} = *$
- $RK AB = \frac{-33405539}{0} = *$
- $RK AC = \frac{-33708099}{0} = *$
- $RK BC = \frac{-949380.6}{0} = *$
- $RK ABC = \frac{33725370}{0} = *$

- $RKE = \frac{5332.625}{4} = 1333.2$

- $RKT = \frac{127822}{7} = 18260$

Setelah analisis rerata kuadrat, selanjutnya analisis nilai dari F hitung, adapun hasil analisisnya, yaitu :

- $F_P = \frac{24820}{1333.2} = 1.862$

- $F_A = \frac{0}{1333.2} = 0$

- $F_B = \frac{0}{1333.2} = 0$

- $F_C = \frac{0}{1333.2} = 0$

- $F_{AB} = \frac{0}{1333.2} = 0$

- $F_{AC} = \frac{0}{1333.2} = 0$

- $F_{BC} = \frac{0}{1333.2} = 0$

- $F_{ABC} = \frac{0}{1333.2} = 0$

Dari hasil analisis perhitungan anava untuk model orde I di atas, yang sesuai dengan persamaan yang digunakan dalam tabel ANAVA, maka dapat di susun tabel anovanya seperti pada tabel berikut :

Tabel 4.9 Anava Eksperimen

SK	dk	JK	RK	F Hit	F Tab
Perlakuan	3	74459.375	24820	1.862	0.277

Jenis cake (A)	0	33438349	*	0	0
spt (B)	0	65234.72	*	0	0
Suhu (C)	0	908524.31	*	0	0
AB	0	-33405539	*	0	0
AC	0	-33708099	*	0	0
BC	0	-949380.6	*	0	0
ABC	0	33725370	*	0	
error	4	5332.625	1333.2		
total	7	127822	18260		

Selanjutnya, masih berdasarkan pada tabel anava, maka hasil analisisnya akan di lanjutkan, dan adapun hasil analisisnya yaitu :

$$SS_T = 495475 - \frac{1715^2}{7} = 127822 \quad (30)$$

$$SS_R = 438737.5 - \frac{1715^2}{7} = 74459.4 \quad (31)$$

$$SS_E = 127822 - 74459.4 = 53363 \quad (32)$$

$$DK SS_R = 4 - 1 = 3$$

$$DK SS_E = 8 - 4 = 4$$

$$RK SS_R = \frac{74459.4}{3} = 24819.8$$

$$RK SS_E = \frac{127822}{4} = 53362.5$$

$$R^2 = \frac{74459.4}{127822} = 0.5825 \rightarrow 58.25 \text{ gr}$$

Dari hasil perhitungan analisis di atas, maka tabelnya berbentuk :

Tabel 4.10 ANAVA regresi

Sumber Variansi	Jumlah Kuadrat	Derajat Kebebasan	Rerata Kuadrat	F_0	P-Value
Regresi	74459.4	3	24819.8	1.86	0.277

Error	53363	4	53362.5		
Total	127822	7			

Dari analisis di atas, maka nilai $R^2 = 58.25\% > R^2 = 0.583$, jadi R^2 tidak berpengaruh secara nyata, karena R^2 selaku sebagai penambahan untuk model, maka untuk mendapat hasil yang berpengaruh nyata, maka dilakukan uji statistic, adapun hasil analisisnya yaitu :

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-p} (1 - R^2)$$

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{7}{4} (1 - 0.5825) = 0.277$$

Karena $R_{adj}^2 = 0.277 < R^2 = 0.583$, maka model berpengaruh secara nyata, atau signifikan, untuk model $R_{adj}^2 = 0.277$, dan untuk model orde pertama $R_{adj}^2 = 1.077$, jadi $R_{adj}^2 = 0.277 < R_{adj}^2 = 1.077$. Maka model berpengaruh secara nyata, atau signifikan. Jadi analisis variansi berdasarkan Tabel 4.10, jika $\alpha = 0.05$, maka terima $H_1 : \beta_1 : \beta_2 : \beta_3 = 0$, karena $F_0 = 1.86 < F_{(0.05)(9,8)} = 6.59$, karena $H_0 : \beta_1 : \beta_2 : \beta_3 = 0$ di tolak maka selanjutnya melakukan uji t untuk hipotesis, adapun hasil analisisnya :

$$\text{Untuk } H_0 : \beta_1 = 0, t_0 = \frac{b_1}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{11}}} = \frac{4.375}{\sqrt{(-28368.75)(8)}} = -9.2$$

$$\text{Untuk } H_0 : \beta_2 = 0, t_0 = \frac{b_2}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{22}}} = \frac{76.875}{\sqrt{(-28368.75)(8)}} = -0.17$$

$$\text{Untuk } H_0 : \beta_3 = 0, t_0 = \frac{b_3}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{33}}} = \frac{-54.375}{\sqrt{(-28368.75)(8)}} = -0.12$$

Jadi berdasarkan analisis di atas untuk model orde pertamanya dengan nilai :

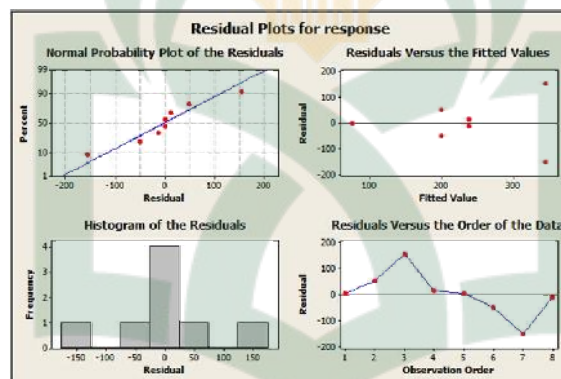
$$SS_R(\beta_1 | \beta_0) = 28543$$

$$SS_R(\beta_1, \beta_2 | \beta_0) = 53363$$

$$SS_R(\beta_2 | \beta_0, \beta_1) = 53363 - 28543 = 24820$$

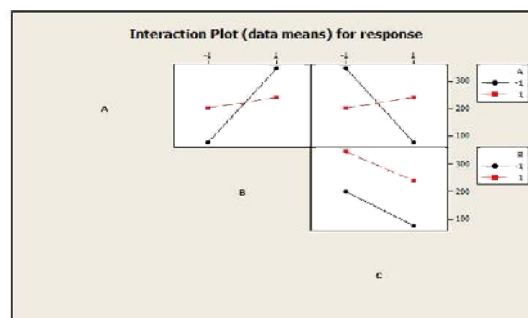
$$F_0 = \frac{SS_R(\beta_2 | \beta_0, \beta_1) / 1}{MS_E} = \frac{24820}{13341} = 1.86$$

Karena $F_0 = 1.86 > F_{(0.05)(1)(7)} = 0.53$, maka $H_0: \beta_1: \beta_2 = 0$ ditolak, jadi x_1 dan x_2 berkontribusi signifikan untuk model. Kita dapat melihat nilai uji t untuk $H_0: \beta_2 = 0$, memiliki nilai $t_0 = -0.17$ dan untuk $t_0^2 = (-0.17)^2 = 0.023 \cong F_0$. Berdasarkan hasil eksperimen di atas, maka didapatkan bentuk grafiknya, adapun bentuk grafiknya sebagai berikut :



Gambar 4.9 Residual plot eksperimen.

Gambar di atas menunjukkan bahwa data eksperimen tersebar dan normal, data eksperimen pun signifikan. Dan menunjukkan adanya interaksi antara variabel-variabel tersebut. Interaksinya dapat dilihat dari gambar di bawah ini :



Gambar 4.9 Interaksi plot data eksperimen.

4. Analisis Metode Dakian Tercuram

a. Pencarian taraf di sekitar daerah optimal dengan melihat lintasan dakian tercuram.

Berdasarkan hasil uji anava pada model orde pertama, bahwa hasil uji anava telah signifikan, dan model yang telah di dapatkan juga telah sesuai. Maka selanjutnya dilakukan pencarian taraf di sekitar daerah optimal dengan melihat lintasan dakian tercuram. Berdasarkan pada hasil analisis, nilai x_1 (jenis *cake*) dan x_2 (pt), dan x_3 (suhu) pada lampiran 2, dalam analisis tersebut memperlihatkan bahwa analisis memiliki 3 faktor yaitu A, B, dan C, dimana A adalah nilai untuk x_1 (jenis *cake*), dan B adalah nilai untuk x_2 (spt), dan untuk x_3 (suhu). Hasil analisis tersebut dinamakan analisis *central composite design*. Dari analisis tersebut maka tabel lengkapnya sudah dapat disusun seperti tabel berikut ini ;

Tabel 4.11 Analisis central composite design

Observasi	Run	Faktor			Nilai Central Composite Design			Jumlah
		jenis cake	spt	suhu	X ₁	X ₂	X ₃	y
1	1	1	1	1	-1	-1	-1	75
2	2	1	1	2	-1	1	1	250
3	3	1	1	3	-1	1	-1	500
4	4	1	2	1	1	1	-1	250
5	5	1	2	2	-1	-1	1	75
6	6	1	2	3	1	-1	1	150
7	7	2	1	1	-1	1	1	190
8	8	2	1	2	1	1	1	225
9	9	2	1	3	-1.6818	0	0	250
10	10	2	2	1	1.68179	0	0	125
11	11	2	2	2	0	-1.6818	0	195
12	12	2	2	3	0	1.68179	0	250
13	13	3	1	1	0	0	-1.68179	170
14	14	3	1	2	0	0	1.68179	75

15	15	3	2	3	0	0	0	150
16	16	3	2	1	0	0	0	300
17	17	3	2	2	0	0	0	74.5
18	18	3	2	3	0	0	0	150

Adapun model untuk rancangan faktorialnya yaitu berdasarkan Lampiran 2, hasil analisis Central Composite Design. Analisis tersebut memperlihatkan level-level eksperimen pada masing-masing variabel independen yang dikodekan sedemikian hingga level rendah berhubungan dengan -1 dan level tinggi berhubungan dengan 1 untuk mempermudah perhitungan. Desain Central Composite pada data eksperimen menggunakan tiga variabel independen, sehingga nilai rotatabilitasnya $(3^2)^{1/4} = 1.6818 \approx 1.682$. Oleh karena itu nilai $\pm 1,682$ termasuk nilai yang digunakan untuk pengkodean. Sehingga pola rancangan data eksperimen menjadi :

Tabel 4.12 Pola rancangan data eksperimen

Jenis cake	spt	suhu	total
1	1	1	75
1	1	2	250
1	1	3	500
1	2	1	250
1	2	2	75
1	2	3	150
2	1	1	190
2	1	2	225
-1.69	1	3	250
1.69	2	1	125
2	-1.69	2	195
2	1.69	3	250
3	1	-1.69	170
3	1	1.69	75
3	1	3	75
3	2	1	300
3	2	2	74.5
3	2	3	150

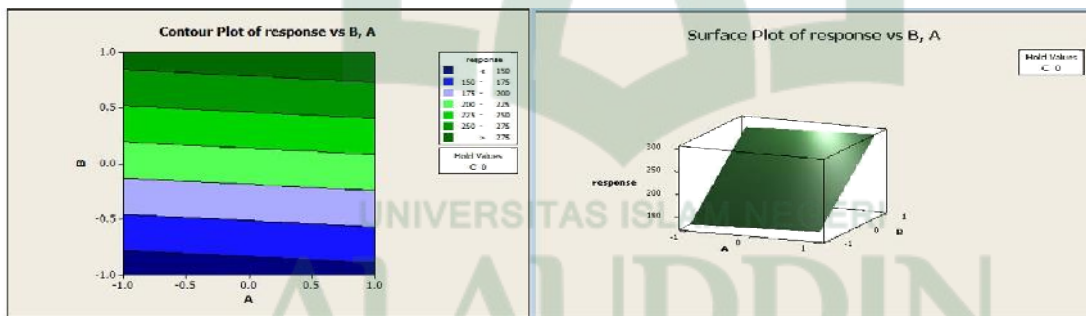
Dari hasil analisis di atas, maka di dapatkan analisis kode level dan nilai level.

Maka hasilnya sebagai berikut :

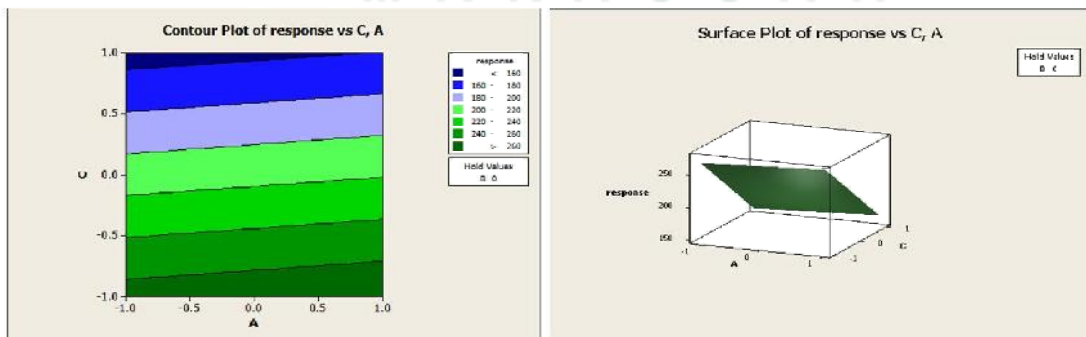
Tabel 4.13 Kode level vs Nilai level

Kode level	-1.682	-1	0	1	1.682
X_1	799.8	1	2	3	850.2
X_2	0.3	1	0	2	3.7
X_3	8.3	1	2	3	11.7

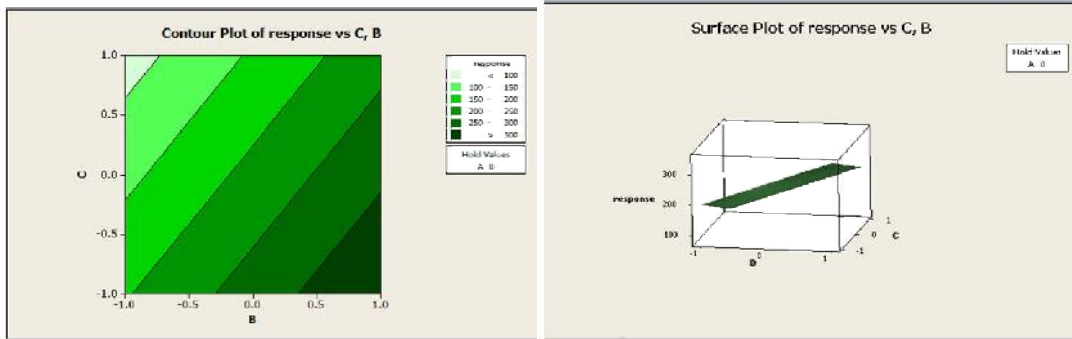
Dari nilai taraf pada tabel pola rancangan data eksperimen di atas, maka grafiknya memperlihatkan bentuk contour plot dari model berdasarkan pada rancangan yang telah dibuat. Jadi gambar tersebut memperlihatkan bahwa kontur-kontur dari \hat{y} merupakan sederet garis parallel. Dan hasilnya seperti pada gambar di bawah ini :



Gambar 4.9 *Contour* dan *Surface plot* $y = 214.375 + 4.375x_1 + 76.875x_2$



Gambar 4.9 *Contour* dan *Surface plot* $y = 214.375 + 4.375x_1 - 54.375x_3$



Gambar 4.9 Contour dan surface plot $y = 76.875x_2 - 54.375x_3$

Gambar di atas, memperlihatkan, bahwa model orde pertama adalah perkiraan yang layak dari sistem di wilayah awal. Karena garis-garisnya merupakan gerakan berurutan dari satu daerah ke faktor lain. Selanjutnya nilai untuk variabel faktor dengan nilai mutlak koefisien regresi terbesar ($|\hat{\beta}_j|$) terbesar karena langkah-langkah sepanjang lintasan dakian tercuram ini proposional terhadap koefisien regresi b_i . Maka analisisnya sebagai berikut :

$$\Delta X_1 = \frac{214.375}{214.375}(-1) = -1 \quad \Delta X_2 = \frac{4.375}{214.375}(1) = 0.02 \quad \Delta X_3 = \frac{-54.375}{214.375}(-1) = 0.26$$

$$\Delta(spt) = (-1)(0.02)(0.26) = -0.052$$

Berdasarkan hasil analisis sebelumnya yaitu faktor dari setiap rancangan:

$$x_1 = \frac{\xi_1 - 1}{2} = \xi_1 = 2x_1 + 1 \quad x_2 = \frac{\xi_2 - 35}{15} = \xi_2 = 15x_1 + 35 \quad x_3 = \frac{\xi_3 - 175}{5} = \xi_3 = 5x_2 + 175$$

Maka didapatkan nilai $15x_1 + 5x_2 \leq 250$, untuk mendukung fungsi dari model :

$$y = 214.375 + 4.375x_1 + 76.875x_2 - 54.375x_3$$

$$\rho_0 = \frac{250}{15(-4.375) + 5(76.87)} = 0.8$$

Maka berdasarkan nilai dari $\rho_0 = 0.8$, maka di dapatkan nilai :

$$x_{j,0} = 0.8 b_j$$

Dimana nilai kordinatnya (1.6 dan 22,1) di setiap satu rancangan. Maka nilainya adalah sebagai berikut :

$$x_{j,0} = 0.8 b_j + \lambda(b_j - dc_j)$$

$$d = \frac{15(214.375) + 5(4.375)}{1,00} = 3237.5 \text{ gr}$$

Setelah itu, maka hasil untuk nilai $x_{j,0} = 0.8 b_j + \lambda(b_j - dc_j)$ di dapatkan, hasilnya yaitu sebagai berikut :

$$x_{1,m} = 1.6 + \lambda(0.2)$$

$$x_{2,m} = 22.1 + \lambda(-0.4)$$

Setelah hasil analisis di dapatkan, maka nilai untuk tabel kordinat dari metode dakian tercuram dapat ditunjukkan sebagai berikut :

Tabel 4.14 Tabel kordinat lintasan dakian tercuram

	x_1	x_2
<i>Base</i>	0	0
Δ	1	0.4
<i>Base</i> + Δ	1	0.4
<i>Base</i> + 2Δ	2	0.8
<i>Base</i> + 3Δ	3	1.2
<i>Point</i>	1.6	22.1

a. Merancang percobaan orde kedua.

Untuk analisis berikutnya, yaitu model orde keduanya. Adapun hasil analisisnya yaitu berdasarkan Analisis dari tabel *central composite design*. Dari analisis tersebut, maka model orde II data eksperimen yaitu :

$$y = 214.375 + 4.375x_1 + 76.875x_2 + 19.15x_1^2 + 2954.5x_2^2 - 54.375x_{1,2}$$

Dari model di atas, maka nilai x_i di ganti dengan nilai sesuai dengan Tabel 4.8

b. Analisis Variansi

Term	Coef	SE Coef	T	P
Constant	214.375	40.84	5.250	0.006
A	4.375	40.84	0.107	0.920
B	76.875	40.84	1.883	0.133
C	-58.125	40.84	-1.423	0.228

S = 115.5 R-Sq = 58.3% R-Sq(adj) = 26.9%

Analysis of Variance for response

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Regression	3	74459.4	74459.4	24819.8	1.86	0.277
Linear	3	74459.4	74459.4	24819.8	1.86	0.277
Residual Error	4	53362.5	53362.5	13340.6		
Pure Error	4	53363.0	53362.5	13340.6		
Total	7	127822.0				

Obs	StdOrder	response	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
1	1	75.000	75.000	81.672	-0.000	-0.00
2	2	250.000	200.000	81.672	50.000	0.61
3	3	500.000	345.000	81.672	155.000	1.90
4	4	250.000	237.500	81.672	12.500	0.15
5	5	75.000	75.000	81.672	-0.000	-0.00
6	6	150.000	200.000	81.672	-50.000	-0.61
7	7	190.000	345.000	81.672	-155.000	-1.90
8	8	225.000	237.500	81.672	-12.500	-0.15

Estimated Regression Coefficients for response using data in uncoded units

Term	Coef
Constant	214.375
A	4.37500
B	76.8750
C	-58.1250

Dapat dilihat dari hasil analisis untuk anava model orde II, sama halnya dengan cara menganalisis orde I. jadi berdasarkan data di atas, dapat diketahui,, bahwa dari banyak variabel independen, hanya beberapa yang signifikan.

c. Mencari lokasi titik stasioner

$$Suhu = 175 + 10(4.3) = 218^{\circ}\text{C}$$

$$SPT = 50 + 20(-2.01) = 9.8 \text{ gr}$$

Maka nilai eigen dari matriks \hat{B} adalah :

$$\begin{vmatrix} -471.5 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 6.708 - \lambda & 0 \\ 0 & -0 & 0.072 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{Jadi } \lambda^4 - 6178\lambda^3 - 5853.82\lambda^2 - 443.05\lambda - 155.83 = 0$$

Untuk mencari akar-akar dari persamaan di atas, maka digunakan cara horner.

Adapun hasilnya yaitu :

$$(\lambda - 1)(\lambda - 30.61)(\lambda - 1537.94)(\lambda + 28.54) = 0$$

$$\text{Jadi } \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 30.61, \lambda_3 = 1537.94, \lambda_4 = -28.54$$

Dari persamaan regresi model orde kedua, selanjutnya akan dicari level yang menyebabkan respon optimal, yaitu dengan cara mencari titik stasioner seperti di bawah ini :

$$y = 214.375 + 4.375x_1 + 76.875x_2 + 19.15x_1^2 + 2954.5x_2^2 - 54.375x_{1,2}$$

$$b = \begin{bmatrix} 4.375 \\ 76.875 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 19.15 & -54.38 \\ -54.38 & 2954.5 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{1}{\begin{bmatrix} 2954.5 & 54.38 \\ 54.38 & 19.15 \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} 19.15 & -54.38 \\ -54.38 & 2954.5 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{1}{56578.675 - 2957.185} \begin{bmatrix} 19.15 & -54.38 \\ -54.38 & 2954.5 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{1}{53621.5} \begin{bmatrix} 19.15 & -54.38 \\ -54.38 & 2954.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0003 & -0.001 \\ -0.001 & 0.055 \end{bmatrix}$$

$$x_0 = -\frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} 0.0003 & -0.001 \\ -0.001 & 0.055 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4.375 \\ 76.875 \end{bmatrix} \right) \quad (36)$$

$$x_0 = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0.0781875 \\ -4.233375 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -0.3901 \\ 2.1167 \end{bmatrix}$$

$$y = 214.375 + 4.375(-0.31) + 76.875(2.12) + 19.15(-0.31)^2 + 2954.5(2.12)^2 - 54.375(-0.31)(2.12) = 579.11$$

Sehingga titik stasionernya $x_1 = -0.31$ dan $x_2 = 2.12$. Dari perhitungan akar-akar ciri matriks B diperoleh bahwa akar cirinya berlainan tanda, yaitu $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 30.61$.

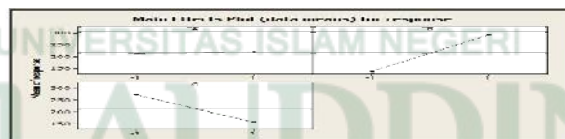
Sehingga disimpulkan bahwa permukaan respon berupa pelana. Dengan kata lain, respon di titik stasioner bukan merupakan nilai maksimum ataupun minimum. Apabila nilai di titik stasionernya dimasukkan ke dalam persamaan regresi model dua yang diperoleh responnya 579.11

d. Menentukan karakter titik stasioner

Berdasarkan pada hasil analisis pada penentuan lokasi titik stasioner, di dapatkan hasil analisis $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 30.61$, . karena nilai λ_i berbeda tanda oleh karena itu, titik stasionernya $x_1 = -0.31$ dan $x_2 = 2.12$. Dari perhitungan akar-akar ciri matriks B diperoleh bahwa akar cirinya berlainan tanda, yaitu $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 30.61$. Sehingga disimpulkan bahwa permukaan respon berupa pelana. Dengan kata lain, respon di titik stasioner bukan merupakan nilai maksimum ataupun minimum.

5. Menentukan nilai respon optimal

Berdasarkan pada gambar dibawah ini, akan di dapatkan nilai yang optimal, adapun frafiknya :



Gambar 4.10 nilai efek plot data eksperimen.

Gambar tersebut memperlihatkan bentuk grafik, dimana grafiknya memperlihatkan hasil analisis untuk respon optimal. Jadi nilai respon optimal yang di dapatkan untuk nilai maksimum $\hat{y} = 237.5 \text{ gr}$, untuk jenis produk cake pie dan nilai maksimum untuk substitusi pemberian tepung sebesar 50 gr. Nilai maksimum merupakan titik tengah, yang menunjukkan hasil yang positif, artinya nilai tersebut memperlihatkan bahwa kedua faktor berpengaruh terhadap nilai optimal terhadap berat hasil pembakaran kue agar menjadi

seimbang, maksudnya bahwa berat kue yang di hasilkan baik pada perulangan pertama, maupun kedua nilai yang di hasilkan dari kombinasi ketiga faktor tersebut sama. Berat kue yang seimbang tersebut menunjukkan bahwa *cake* tersebut merupakan pengembangan produk yang optimal. Sehingga produk *cake* yang pengembangan produknya menjadi optimal yaitu jenis *cake* yang pertama yaitu *cake pie*, dengan substitusi pemberian tepungnya sebanyak 50 gr, di bakar dengan suhu 170° C. Dari ketiga faktor tersebut, yang lebih berpengaruh dan signifikan yaitu jenis *cake* dan substitusi pemberian tepung.

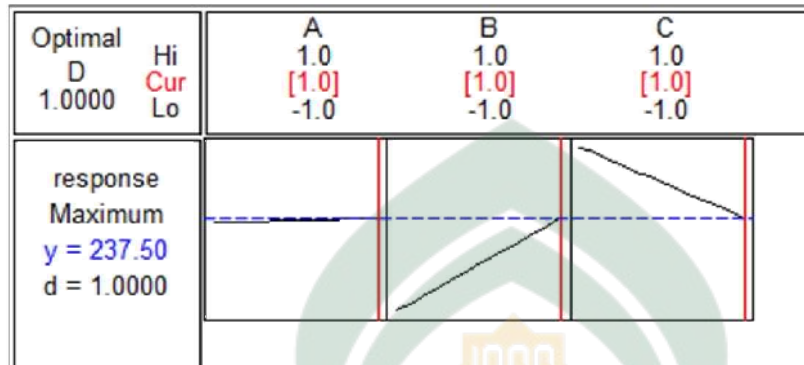
B. Pembahasan

1. Analisis level

Dalam pemilihan produk *cake* yang berkualitas, dan memiliki hasil yang optimal, ada beberapa faktor yang telah ditentukan yaitu jenis *cake*, substitusi pemberian tepung, dan suhu. dari beberapa faktor tersebut, terdapat beberapa level yang berbeda yaitu untuk jenis *cake* terdapat tiga level yaitu *cake pie*, *cup cake*, dan *small cake*. Dan untuk faktor substitusi pemberian tepung terdapat dua level yaitu 20gr dan 50gr. Sedangkan pada faktor suhu terdapat tiga level yaitu 170° C, 175° C, dan 180° C. berdasarkan hasil analisis di atas, maka untuk melihat hasil yang optimal maka dilakukan analisis, dari analisis tersebut menghasilkan bahwa hasil level yang optimal dari beberapa faktor di atas yaitu untuk jenis *cake*, dari ketiga level tersebut maka level yang optimal yaitu *cake pie*, dengan pemberian substitusi tepung sebanyak 50 gr, dengan suhu 170° C.

Dari hasil analisis tersebut maka produk *cake* yang berkualitas dan berpengaruh optimal terhadap pengembangan produk, yaitu dilihat dari jenis *cake* dan substitusi pemberian tepungnya, karena suhu tidak berpengaruh besar terhadap berat kue setelah pemanggangan. Maka produk *cake* yang optimal, yaitu produk *cake* yang pertama yaitu

cake pie, dengan substitusi pemberian tepung sebanyak 50 gr, dan dengan suhu 170°C, dengan nilai nilai maksimum $y = 579.11$, hasil tersebut dapat dilihat melalui gambar di bawah ini :



Gambar 4.10 *Response optimal* produk.

Gambar tersebut memperlihatkan bentuk grafik, dimana grafiknya memperlihatkan hasil analisis untuk respon optimal dari nilai $\hat{y} = 237.5 \text{ gr}$. Sehingga nilai respon optimal yang di dapatkan untuk nilai maksimum $\hat{y} = 237.5 \text{ gr}$, dengan cara nilai titik stasionernya $x_1 = -0.31$ dan $x_2 = 2.12$ dimasukkan ke dalam persamaan regresi model dua yang diperoleh responnya 579.11. Nilai maksimum merupakan titik tengah, yang menunjukkan hasil yang positif, artinya nilai tersebut memperlihatkan bahwa ketiga faktor berpengaruh terhadap nilai optimal terhadap berat hasil pembakaran kue agar menjadi seimbang, maksudnya bahwa berat kue yang di hasilkan baik pada perulangan pertama, maupun kedua nilai yang di hasilkan dari kombinasi ketiga faktor tersebut sama.

Berat kue yang seimbang tersebut menunjukkan bahwa *cake* tersebut merupakan pengembangan produk yang optimal. Sehingga produk *cake* yang pengembangan produknya menjadi optimal yaitu jenis *cake* yang pertama yaitu *cake pie*, dengan substitusi pemberian tepungnya sebanyak 50 gr, di bakar dengan suhu 170° C. Dari ketiga faktor tersebut, yang lebih berpengaruh dan signifikan yaitu jenis *cake* dan substitusi pemberian tepung.

Nilai y bermakna nilai titik optimum yang digunakan dalam percobaan untuk mengetahui pengaruh hasil dari berat pembakaran dan nilai tersebut telah sesuai dengan model dan telah memenuhi asumsi residual yang identik, independen, dan berdistribusi normal. Jadi nilai optimum untuk hasil berat pembakaran kue yaitu 579.11 gr. Nilai $y = 579.11$ merupakan nilai model permukaan respon orde kedua, dan berdasarkan model permukaan respon tersebut, diperoleh level yang menyebabkan respon optimal terjadi pada saat $x_1 = -0.31$ dan $x_2 = 2.12$, dan di adapat respon (berat pembakaran kue) sebesar 579.11 gr.

Hasil yang optimal tersebut dilihat berdasarkan berat hasil pembakaran dari ketiga faktor tersebut. Dari hasil pembakaran tersebut nampak jelas bahwa terdapat kriteria-kriteria yang berpengaruh ang terdapat di dalam produk *cake* tersebut, yaitu dari segi warna, aroma dan penyajian atau penampilannya. Seperti pada tabel berikut:

Tabel 4.15 Karakteristik produk cake yang di ujikan

Karakteristik	Produk <i>cake</i>		
	<i>Cake pie</i>	<i>Cup cake</i>	<i>Small cake</i>
Warna	Cokelat kekuningan	Kuning kecokelatan	Kuning kecokelatan
Aroma	Khas tepung	Khas tepung	Khas tepung
Penyajian/Penampilan	Warna dan bentuk menarik, garnish/hiasan baik, penataan rapi, produk dan kemasan bersih.		

2. Analisis produk

Hasil analisis produk ini, berdasarkan apa yang telah dilakukan oleh saudara Marlinda Retno Budya Ningrum, dan hasil analisis produk ini telah di uji coba terhadap beberapa panelis. Dan hasil analisisnya sebagai berikut :

a. *Cake pie* tepung kacang merah

Berdasarkan hasil penelitian dari data pengamatan dengan metode R&D maka diperoleh hasil formula produk *cake pie* tepung kacang merah dengan perbandingan 50:50 (tepung terigu:tepung kacang merah). Komposisi dan proporsi bahan lain tidak mengalami perubahan. Dari formula tersebut telah dapat diperoleh hasil produk *cake pie* tepung kacang merah yang baik untuk disajikan dari segi rasa, warna, aroma, tekstur dan penampilan. Teknik olah pada pembuatan *cake pie* tepung kacang merah diawali dengan pembuatan kulit *pie* yang dimulai dari penimbangan bahan, pencampuran bahan (*mealy pie dough*), penyimpanan pada refrigerator, penggilingan, pencetakan dan pembakaran dengan oven hingga setengah matang. Kemudian dilanjutkan dengan membuat adonan *sponge cake* yang diawali dengan penimbangan bahan, pencampuran (*sponge method*).

Setelah adonan tercampur adonan *sponge cake* diisikan pada *pie* yang sudah dioven setengah matang dan dilanjutkan pembakaran dengan oven sampai matang. *Cake pie* tepung kacang merah disajikan dengan cup caeses dan dihias dengan menggunakan *dark chocolate* dan *white chocolate*. Perpaduan warna coklat dan putih membuat tampilan *cake pie* tepung kacang merah menjadi cantik dan menarik. Setelah panelis melakukan analisis sifat terhadap rasa, warna, aroma, tekstur, penyajian, dan kesan secara keseluruhan tentang produk *cake pie*. tepung kacang merah maka diperoleh kesimpulan dari 30 panelis semi terlatih pada uji kesukaan bahwa produk *cake pie* tepung kacang merah dapat diterima dan

layak dipublikasikan pada masyarakat luas. Tingkat penerimaan oleh panelis ditunjukkan dengan hasil akhir *cake pie* tepung kacang merah 73gr diterima oleh panelis.

b. *Cup cake* tepung kacang merah

Berdasarkan hasil penelitian dari data pengamatan dengan metode R&D maka diperoleh hasil formula produk *cup cake* tepung kacang merah dengan perbandingan 50:50 (tepung terigu:tepung kacang merah). Komposisi bahan *cup cake* tepung kacang merah mengalami perubahan yaitu penggunaan margarin diganti dengan butter karena rasa yang ditimbulkan bila menggunakan margarin kurang enak sehingga dengan menggunakan butter akan menimbulkan cita rasa yang enak. Proporsi bahan juga mengalami perubahan yaitu penambahan telur yang awalnya menggunakan 2(dua) menjadi 3(tiga) karena apabila menggunakan 2(dua) telur tekstur yang dihasilkan agak keras dengan penambahan telur menjadikan tekstur menjadi agak lembut. Dari formula tersebut telah dapat diperoleh hasil produk *cup cake* tepung kacang merah yang baik untuk disajikan dari segi rasa, warna, aroma, tekstur dan penampilan. Teknik olah pembuatan *cup cake* tepung kacang merah yaitu penimbangan bahan, pencampuran (*creaming method*), pencetakan dan pembakaran dengan oven.

Cup cake tepung kacang merah disajikan dengan cup caeses dihias dengan *fondant* yang dibentuk seperti tokoh kartun *angry bird*, nemo sehingga *cup cake* tepung kacang merah terlihat praktis, menarik dan lucu. Setelah panelis melakukan analisis sifat terhadap rasa, warna, aroma, tekstur, penyajian, dan kesan secara keseluruhan tentang produk *cup cake* tepung kacang merah maka diperoleh kesimpulan dari 30 panelis semi terlatih pada uji kesukaan bahwa produk *cup cake* tepung kacang merah dapat diterima dan layak

dipublikasikan pada masyarakat luas. Tingkat penerimaan oleh panelis ditunjukkan dengan hasil akhir *cup cake* tepung kacang merah 67gr diterima oleh panelis.

c. *Small cake* tepung kacang merah

Berdasarkan hasil penelitian dari data pengamatan dengan metode R&D maka diperoleh hasil formula produk *small cake* tepung kacang merah dengan perbandingan 50:50 (tepung terigu:tepung kacang merah). Komposisi dan proporsi bahan lain tidak mengalami perubahan. Dari formula tersebut telah dapat diperoleh hasil produk *small cake* tepung kacang merah yang baik untuk disajikan dari segi rasa, warna, aroma, tekstur dan penampilan. Teknik olah pembuatan *small cake* tepung kacang merah yaitu penimbangan bahan, pencampuran (*genoise sponge*), memasukkan adonan ke dalam loyang dan pembakaran dengan oven. *Small cake* tepung kacang merah disajikan kotak kecil dengan alas cup caeses dan dihias dengan menggunakan *butter cream* dan diberi dengan irisan buah segar yaitu buah kiwi dan strawberry serta stick nyam-nyam. *Small cake* tepung kacang merah terlihat cantik dan segar. Setelah panelis melakukan analisis sifat terhadap rasa, warna, aroma, tekstur, penyajian, dan kesan secara keseluruhan tentang produk *cup cake* tepung kacang merah maka diperoleh kesimpulan dari 30 panelis semi terlatih pada uji kesukaan bahwa produk *cup cake* tepung kacang merah dapat diterima dan layak dipublikasikan pada masyarakat luas. Tingkat penerimaan oleh panelis ditunjukkan dengan hasil akhir *cup cake* tepung kacang merah 67gr diterima oleh panelis.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Adapun kesimpulan yang terdapat dalam penulisan skripsi ini menunjukkan bahwa nilai taraf optimal yang mempengaruhi kualitas pengembangan produk *cake* dengan substitusi pemberian tepung yaitu jenis produk *cake* level 1 yaitu *cake pie*, substitusi pemberian tepung level 2 yaitu 50 gr, sedangkan suhu pada level 1 yaitu 170° C. Dari ketiga faktor tersebut maka faktor yang paling berpengaruh terhadap pengembangan produk *cake* yaitu jenis produk *cake* (X_1) dan pemberian substitusi tepung (X_2) yang digunakan pada saat proses pembakaran *cake*. Dari faktor yang paling berpengaruh tersebut d nilai respon presentase produk *cake pie*, tingkat penerimaannya sebesar 73 gr dengan perbandingan 50 : 50 (tepung terigu : tepung kacang merah). Jadi dari nilai level yang berpengaruh maka titik optimum merupakan titik pelana, karena nilai eigen dari matriks yang diperoleh berbeda tanda (positif dan negative) yaitu $\lambda_1 = -0.31$ dan $\lambda_2 = 2.12$. Jadi nilai respon optimum berat hasil pembakaran *cake* diperoleh yaitu 579.11 gr, dengan nilai model optimasi dari nilai berat hasil pembakaran *cake* (\hat{y}) yaitu 237.5 gr.

B. Saran

Adapun saran penulis adalah agar penulisan selanjutnya menggunakan metode lain dalam menyelesaikan dan mendapatkan nilai optimal dari untuk mengoptimalisasi pengembangan suatu produk, mengingat banyaknya metode-metode yang dapat digunakan dalam menyelesaikan permasalahan tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

- Agama, Departement RI. *Al-Qur'an dan Terjemahnya*. Bandung: Diponegoro, 2010.
- Ali Hanafiah, Kemas. *Rancangan Percobaan Aplikatif*. Jakarta: PT RajaGrafindo Persada, 2008.
- Ali Hanafiah, Kemas. *Rancangan Percobaan Teori dan Aplikasi*. Jakarta: PT RajaGrafindo Persada, 2008.
- Andrianto Heri, Prijono Agus. *Menguasai Matriks dan Vektor*. Bandung: Rekayasa Sains. 2006.
- Anton, Rorres. *Aljabar Linear Elementer Versi Aplikasi*. ed. Kedelapan, jilid 1, terj. Refina. Jakarta: Erlangga, 2004.
- Aprilina Dewi, dkk. "Analisis Atribut Produk yang Mempengaruhi Kategori Kepuasan Konsumen dengan Metode KANO dan Root Cause Analysis (Studi Kasus di Citra Kendedes Cake & Bakery, Malang). (Diakses 09 Januari 2015).
- Bagio S. Andri, dan Melinda Latie. "Perbaikan Kualitas dengan Metode Respon Permukaan Pada Mesin Extruder dan Mesin Oven Anneling dalam Proses Produksi Produk Aluminium Collapsible Tube 13,5x70/ce di PT. Extrupack". *Jurnal Teknik Industri*, ISSN:1411-6340. (Diakses 09 Januari 2015).
- BSW Pudjiastuti. *Matriks Teori dan Aplikasi*. Yogyakarta: Graha Ilmu. 2006.
- Dwi Astuti, Santi, dkk. "Formulasi Dan Karakterisasi Cake Berbasis Tepung Komposit Organic Kacang Merah, Kedelai, dan Jagung". *Jurnal Aplikasi Teknologi Pangan* 3(2) :2014,. (Diakses 09 Januari 2015).
- Hadiyat, M. Arbi. "Response-surface dan Taguchi : Sebuah alternatif atau kompetisi dalam optimasi secara praktis" *Jurnal Teknik Industri, Universitas Surabaya*. (Diakses 09 Januari 2015).
- Hadley G. *Aljabar Linear*. Jakarta: Erlangga. 1983.

- Irwan. *Pengantar Aljabar Elementer*. Makassar: Alauddin University Press. 2011.
- J. Leon Steven. *Aljabar Linear dan Aplikasinya*. ed. Kelima. terj. Bondan. Jakarta: Erlangga. 2001.
- Kartono. *Aljabar Linear, Vektor dan Eksplorasinya dengan Maple*. Yogyakarta: Graha Ilmu. 2005.
- Kusuma dewi, Ade, dkk. "Penerapan Metode Permukaan Respon Dalam Masalah Optimalisasi." *E-Jurnal Matematika*, vol. 2 no. 2 (Mei 2013). (Diakses 09 Januari 2015).
- Mustami, Muh. Khalifah. *Rancangan Percobaan*. Makassar: Alauddin University Press, 2011.
- Myers, Raymond H dan Douglas C. Montgomery. *Response Surface Methodology, Process and Product Optimization Using Designed Experiments, Second Edition*, Vol. 1, Ed. P. cm. A Wiley-Interscience Publication : John Wiley & Sons, INC.
- Nawawi, Hadari dan Mimi Martini. *Penelitian Terapan*. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press, 1994.
- Ningrum, Marlinda Retno Budya Ningrum."Pengembangan Produk Cake dengan Substitusi Tepung Kacang Merah". (2012). (Di akses 09 Januari 2015).
- Nurmiah, Sitti, dkk. "Aplikasi *Response Surface Methodology* Pada Optimalisasi Kondisi Proses Pengolahan *Alkali Treated Cottonii (Atc)*" JPB Kelautan dan Perikanan Vol. 8 No. 1 Tahun 2013: 9–22. (2013). (Di akses 09 Januari 2015).
- Nurlaeli Romlah. "Pengendalian Mutu *Cake Mocaf (modified cassava flour)* Ubi Jalar Ungu (*Ipomoea Batatas Blackie*)". *Perpustakaan.Uns.ac.id*. 2011. (Diakses 09 Januari 2015).
- Purwanto Heri, dkk. *Aljabar Linear*. Jakarta: PT. Ercontara Rajawali. [t.th].
- Sembiring, R K. *Analisis Regresi*. Penerbit: FMIPA-ITB Bandung, 1995.
- Shihab, M. Quraish. *Tafsir Al-Misbah : Pesan, Kesan dan Keserasian Al-Qur'an/M. Quraish Shihab*. Jakarta: Lentera Hati, 2002.
- Stevenson, William J dan Sum Chee Chuong. *Manajemen Operasi*. Jakarta: Salemba Empat, 2014.
- Jilly Tania Boedijanto, dkk. "Perancangan Redesain Kemasan Kue "Hs Cake" Di Surabaya". (Diakses 09 Januari 2015).

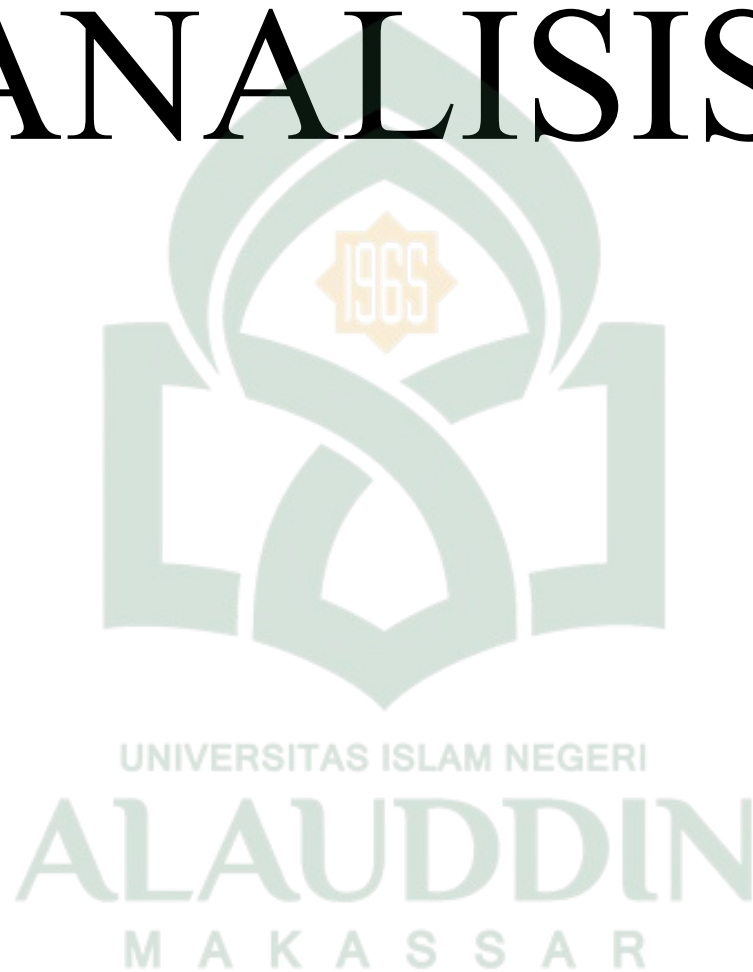
Wahjudi, Didik, dkk. “Optimasi Kualitas Warna Minyak Goreng Dengan Metode Responce Surface.” *JURNAL TEKNIK INDUSTRI*, vol. 1 no. 1, (DESEMBER 1999). (Diakses 29 Januari 2015).

Wahyu Utomo, Arif, Dkk. “Pengaruh Suhu dan Lama Pengeringan Terhadap Karakteristik Fisikokimiawi Plastik *Biodegradable* Dari Komposit Pati Lidah Buaya (*Aloe Vera*)-Kitosan”. *Jurnal Bioproses Komoditas Tropis* Vol. 1 No. 1, April 2013, h. 73. (APRIL 2013)_(Diakses 09 Januari 2015).



LAMPIRAN

ANALISIS



1. Lampiran 1

Multilevel Factorial Design

Factors: 3 Replicates: 2
Base runs: 18 Total runs: 36
Base blocks: 1 Total blocks: 1

Number of levels: 3, 2, 3

Design Table

Run	Blk	A	B	C
1	1	1	1	1
2	1	1	1	2
3	1	1	1	3
4	1	1	2	1
5	1	1	2	2
6	1	1	2	3
7	1	2	1	1
8	1	2	1	2
9	1	2	1	3
10	1	2	2	1
11	1	2	2	2
12	1	2	2	3
13	1	3	1	1
14	1	3	1	2
15	1	3	1	3
16	1	3	2	1
17	1	3	2	2
18	1	3	2	3
19	1	1	1	1
20	1	1	1	2
21	1	1	1	3
22	1	1	2	1
23	1	1	2	2
24	1	1	2	3
25	1	2	1	1
26	1	2	1	2
27	1	2	1	3
28	1	2	2	1
29	1	2	2	2
30	1	2	2	3
31	1	3	1	1
32	1	3	1	2
33	1	3	1	3
34	1	3	2	1
35	1	3	2	2
36	1	3	2	3

2. Lampiran 2

Central Composite Design

Factors: 3 Replicates: 2
Base runs: 20 Total runs: 40
Base blocks: 1 Total blocks: 1

Two-level factorial: Full factorial

Cube points: 16
Center points in cube: 12
Axial points: 12
Center points in axial: 0

Alpha: 1.68179

Design Table

Run	Blk	A	B	C
1	1	-1.00000	-1.00000	-1.00000
2	1	1.00000	-1.00000	-1.00000
3	1	-1.00000	1.00000	-1.00000
4	1	1.00000	1.00000	-1.00000
5	1	-1.00000	-1.00000	1.00000
6	1	1.00000	-1.00000	1.00000
7	1	-1.00000	1.00000	1.00000
8	1	1.00000	1.00000	1.00000
9	1	-1.68179	0.00000	0.00000
10	1	1.68179	0.00000	0.00000
11	1	0.00000	-1.68179	0.00000
12	1	0.00000	1.68179	0.00000
13	1	0.00000	0.00000	-1.68179
14	1	0.00000	0.00000	1.68179
15	1	0.00000	0.00000	0.00000
16	1	0.00000	0.00000	0.00000
17	1	0.00000	0.00000	0.00000
18	1	0.00000	0.00000	0.00000

3. Lampiran 3

Fractional Factorial Design

Factors: 3 Base Design: 3, 4 Resolution: III
Runs: 8 Replicates: 2 Fraction: 1/2
Blocks: 1 Center pts (total): 0

* NOTE * Some main effects are confounded with two-way interactions.

Design Generators: C = AB

Defining Relation: I = ABC

Alias Structure

I + ABC

A + BC

B + AC

C + AB

Design Table

Run	A	B	C
1	-	-	+
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	+
5	-	-	+
6	+	-	-
7	-	+	-
8	+	+	+

Alias Information for Terms in the Model.

Totally confounded terms were removed from the analysis.

I + A*B*C

A + B*C

B + A*C

C + A*B

* NOTE * Some of the terms requested in MEANS were removed from the analysis

4. Lampiran 4

Factorial Fit: response versus A, B, C

Estimated Effects and Coefficients for response (coded units)

Term	Effect	Coef	SE Coef	T	P	
Constant		214.38	40.84	5.25	0.006	= signifikan
A	8.75	4.37	40.84	0.11	0.920	"
B	153.75	76.87	40.84	1.88	0.133	"
C	-116.25	-58.12	40.84	-1.42	0.228	"

S = 115.502 R-Sq = 58.25% R-Sq(adj) = 26.94%

Analysis of Variance for response (coded units)

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Main Effects	3	74459	74459.4	24820	1.86	0.277
Residual Error	4	53363	53362.5	13341		
Pure Error	4	53363	53362.5	13341		
Total	7	127822				

Least Squares Means for response

	Mean	SE Mean
A		
-1	210.0	57.75
1	218.8	57.75
B		
-1	137.5	57.75
1	291.3	57.75
C		

-1	272.5	57.75
1	156.3	57.75

Alias Structure

I + A*B*C
A + B*C
B + A*C
C + A*B

5. Lampiran 5

Response Surface Regression: response versus A, B, C

The following terms cannot be estimated, and were removed.

A*A
B*B
C*C
A*B
A*C
B*C

The analysis was done using coded units.

Estimated Regression Coefficients for response

Term	Coef	SE Coef	T	P
Constant	214.375	40.84	5.250	0.006
A	4.375	40.84	0.107	0.920
B	76.875	40.84	1.883	0.133
C	-58.125	40.84	-1.423	0.228

S = 115.5 R-Sq = 58.3% R-Sq(adj) = 26.9%

Analysis of Variance for response

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Regression	3	74459	74459.4	24819.8	1.86	0.277
Linear	3	74459	74459.4	24819.8	1.86	0.277
Residual Error	4	53362	53362.5	13340.6		
Pure Error	4	53363	53362.5	13340.6		
Total	7	127822				

Obs	StdOrder	response	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
1	1	75.000	75.000	81.672	-0.000	-0.00
2	2	250.000	200.000	81.672	50.000	0.61
3	3	500.000	345.000	81.672	155.000	1.90
4	4	250.000	237.500	81.672	12.500	0.15
5	5	75.000	75.000	81.672	-0.000	-0.00
6	6	150.000	200.000	81.672	-50.000	-0.61
7	7	190.000	345.000	81.672	-155.000	-1.90
8	8	225.000	237.500	81.672	-12.500	-0.15

Estimated Regression Coefficients for response using data in uncoded units

Term	Coef
Constant	214.375

-1	272.5	57.75
1	156.3	57.75

Alias Structure

I + A*B*C

A + B*C

B + A*C

C + A*B

5. Lampiran 5

Response Surface Regression: response versus A, B, C

The following terms cannot be estimated, and were removed.

A*A

B*B

C*C

A*B

A*C

B*C

The analysis was done using coded units.

Estimated Regression Coefficients for response

Term	Coef	SE Coef	T	P
Constant	214.375	40.84	5.250	0.006
A	4.375	40.84	0.107	0.920
B	76.875	40.84	1.883	0.133
C	-58.125	40.84	-1.423	0.228

S = 115.5 R-Sq = 58.3% R-Sq(adj) = 26.9%

Analysis of Variance for response

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Regression	3	74459	74459.4	24819.8	1.86	0.277
Linear	3	74459	74459.4	24819.8	1.86	0.277
Residual Error	4	53362	53362.5	13340.6		
Pure Error	4	53363	53362.5	13340.6		
Total	7	127822				

Obs	StdOrder	response	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
1	1	75.000	75.000	81.672	-0.000	-0.00
2	2	250.000	200.000	81.672	50.000	0.61
3	3	500.000	345.000	81.672	155.000	1.90
4	4	250.000	237.500	81.672	12.500	0.15
5	5	75.000	75.000	81.672	-0.000	-0.00
6	6	150.000	200.000	81.672	-50.000	-0.61
7	7	190.000	345.000	81.672	-155.000	-1.90
8	8	225.000	237.500	81.672	-12.500	-0.15

Estimated Regression Coefficients for response using data in uncoded units

Term	Coef
Constant	214.375

A	4.37500
B	76.8750
C	-58.1250

Predicted Response for New Design Points Using Model for response

Point	Fit	SE Fit	95% CI	95% PI
1	75.0	81.6720	(-151.758, 301.758)	(-317.756, 467.756)
2	200.0	81.6720	(-26.758, 426.758)	(-192.756, 592.756)
3	345.0	81.6720	(118.242, 571.758)	(-47.756, 737.756)
4	237.5	81.6720	(10.742, 464.258)	(-155.256, 630.256)
5	75.0	81.6720	(-151.758, 301.758)	(-317.756, 467.756)
6	200.0	81.6720	(-26.758, 426.758)	(-192.756, 592.756)
7	345.0	81.6720	(118.242, 571.758)	(-47.756, 737.756)
8	237.5	81.6720	(10.742, 464.258)	(-155.256, 630.256)

6. Lampiran 7

Response Optimization

Parameters

	Goal	Lower	Target	Upper	Weight	Import
response	Maximum	-1	0	0	1	1

Starting Point

A	=	1
B	=	1
C	=	1

Global Solution

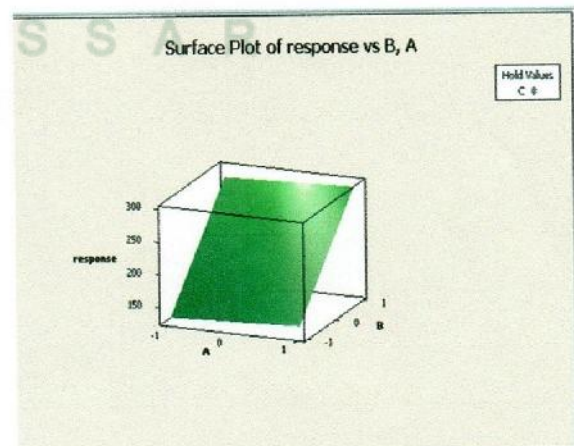
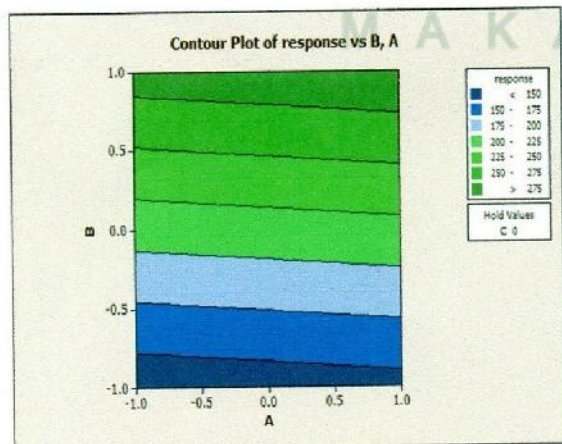
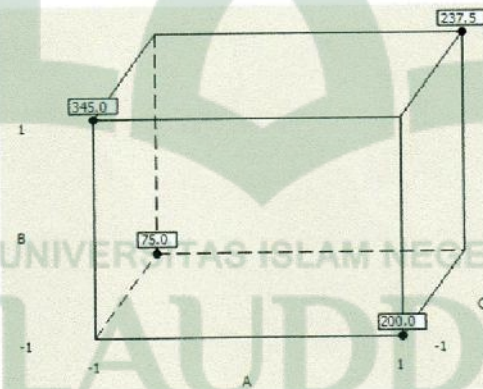
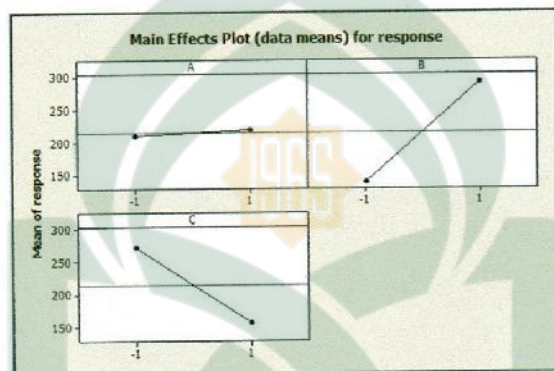
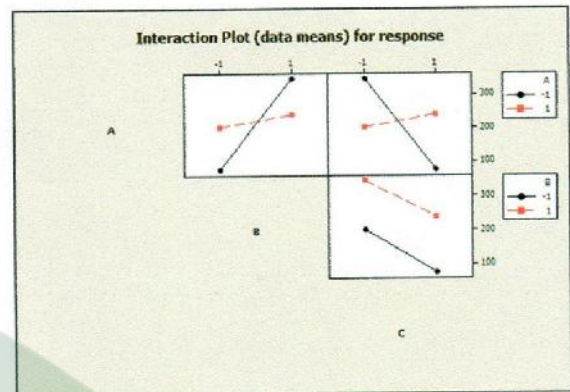
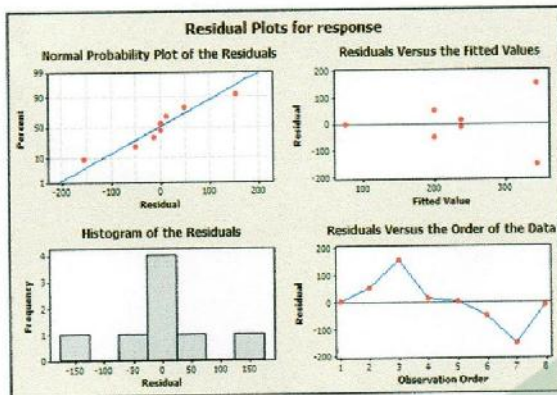
A	=	1
B	=	1
C	=	1

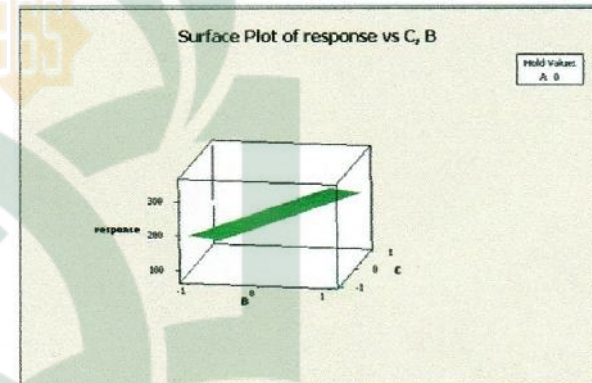
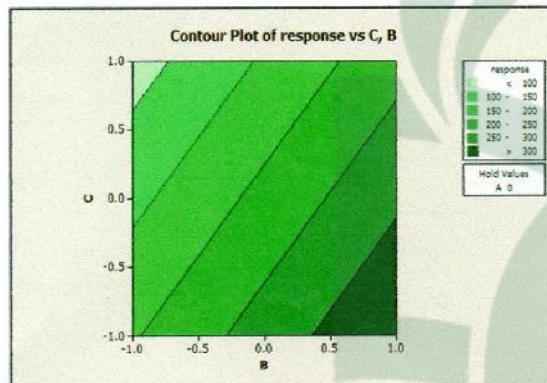
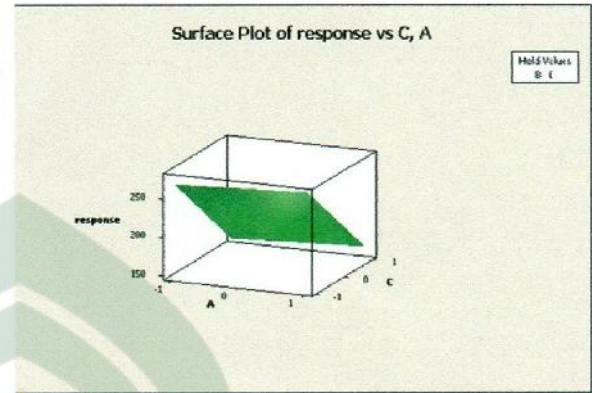
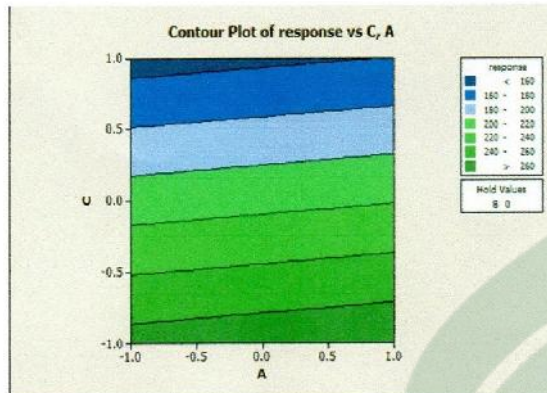
Predicted Responses

response = 237.5, desirability = 1

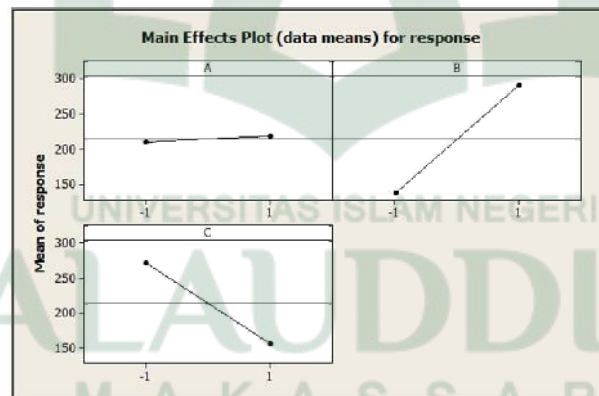
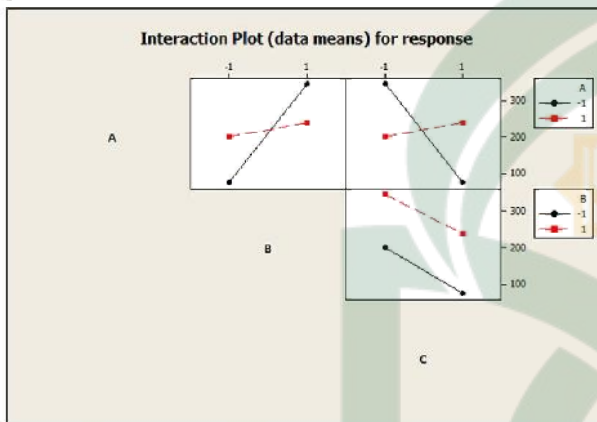
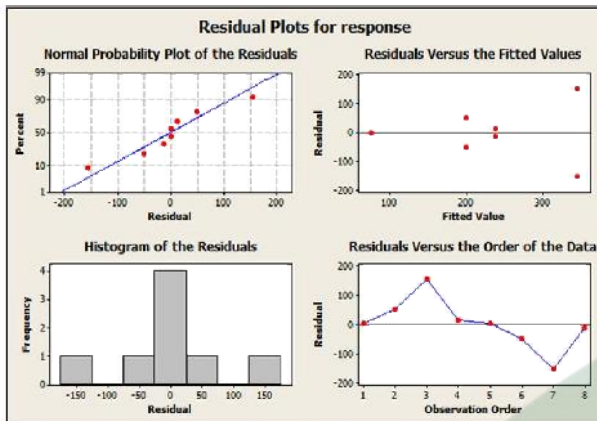
Composite Desirability = 1.00000

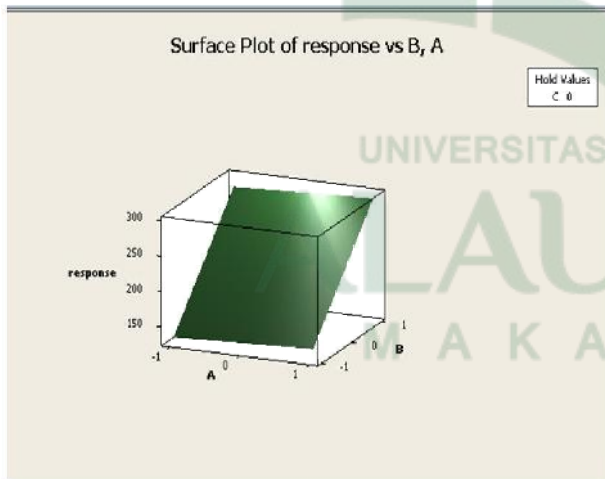
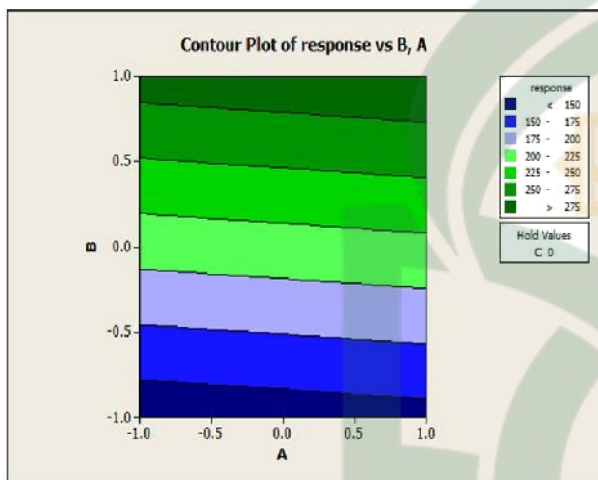
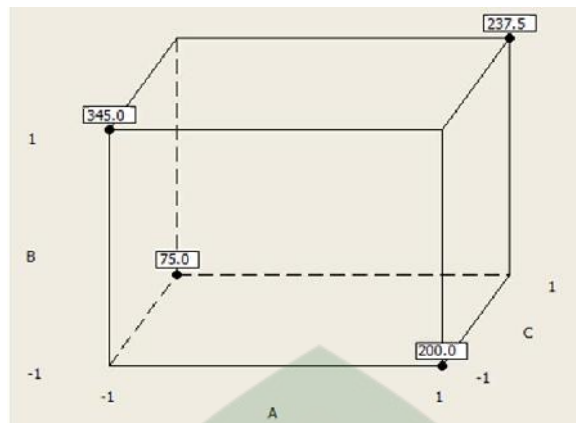
7. Lampiran 8 (Grafik)

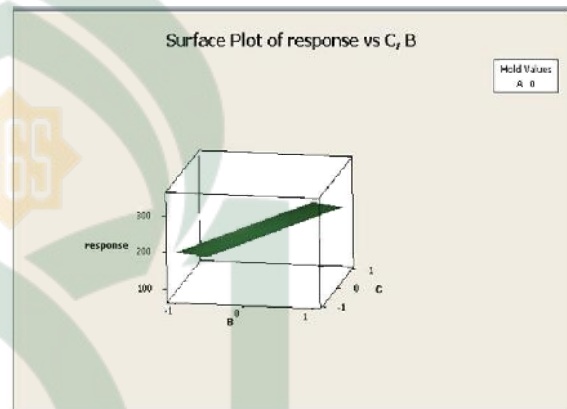
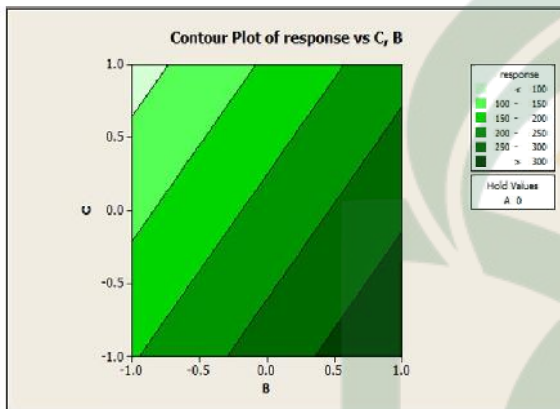
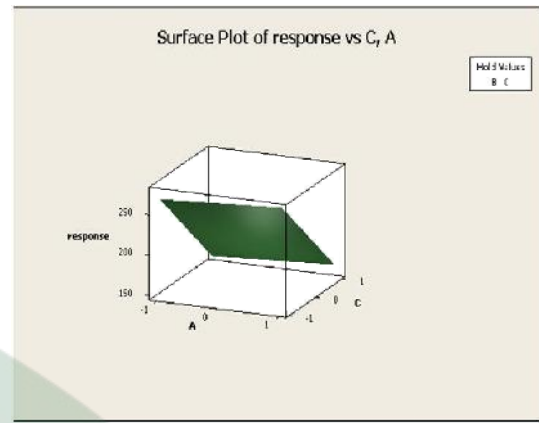
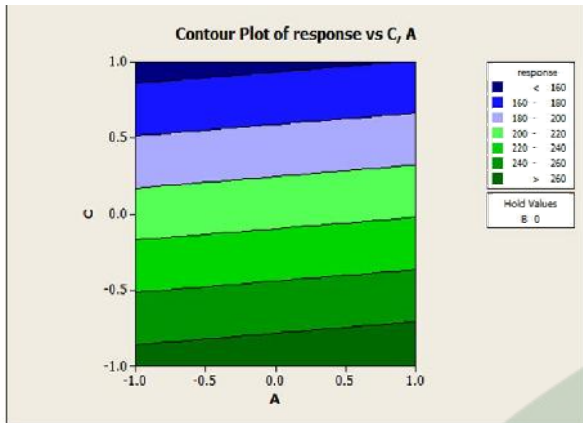




Optimal	Hi	A	B	C
D	Cur	1.0	1.0	1.0
1.0000	Lo	[1.0]	[1.0]	[1.0]
		-1.0	-1.0	-1.0
response				
Maximum				
$y = 237.50$				
$d = 1.0000$				







Optimal		A	B	C
D	Hi	1.0	1.0	1.0
1.0000	Cur	[1.0]	[1.0]	[1.0]
	Lo	-1.0	-1.0	-1.0

response	UNIVERSITAS ISLAM NEGERI		
Maximum	ALAUDDIN		
y = 237.50	MAKASSAR		
d = 1.0000			

ANALISIS PRODUK

Hasil Penerimaan Produk *Cake Pie* Tepung Kacang Merah oleh Panelis

Panelis ke-	Penilaian <i>Cake Pie</i> tepung kacang merah	Penerimaan Panelis	
		Ya	Tidak
1	Warna dan penyajian menarik, tekstur lembut, rasa legit	√	
2	Pie kurang renyah, agak kasar		√
3	Kurang manis		√
4	Tekstur pie sudah bagus	√	
5	Enak, rasa pas, tekstur lembut	√	
6	Sudah enak	√	
7	Enak	√	
8	Kurang mengembang		√
9	Pie keras		√
10	Ok, bagus, menarik	√	
11	Enak, penampilan kurang menarik	√	
12	Rasa cukup, pie kering, tampilan cukup	√	
13	Tekstur kurang rapuh, agak pahit		√
14	Renyah dan enak	√	
15	Rasa pas, kacang merah kurang halus	√	
16	Tekstur keras, penampilan kurang menarik		√
17	Enak	√	
18	Tekstur pie agak keras		√
19	Enak	√	
20	Ok, enak	√	

Hasil Penerimaan Produk *Cup Cake* Tepung Kacang Merah oleh Panelis

Panelis ke-	Penilaian <i>Cup cake</i> tepung kacang merah	Penerimaan Panelis	
		Ya	Tidak
1	Enak, tekstur lembut, menarik	√	
2	Rasa enak, tekstur kurang lembut	√	
3	Enak, manisnya pas	√	
4	Tekstur agak kering		√
5	Enak, manis, tekstur lembut	√	
6	Agak keras, rasa sudah enak		√
7	Tekstur agak keras		√
8	Kurang mengembang		√
9	Tekstur padat		√
10	Baik	√	
11	Enak, seret	√	
12	Tampilan cukup, rasa cukup, tekstur cukup	√	
13	Rasa pas, tekstur padat	√	
14	Sedikit keras		√
15	Tekstur bagus, penyajian bagus, rasa butter cream aneh	√	
16	Agak seret, rasa ok, penyajian menarik	√	
17	Enak, keras	√	
18	Sudah baik	√	
19	Baik	√	
20	Enak	√	

Hasil Penerimaan Produk *Small Cake* Tepung Kacang Merah oleh Panelis

Panelis ke-	Penilaian <i>Small cake</i> tepung kacang merah	Penerimaan Panelis	
		Ya	Tidak
1	Manis enak, lembut, penyajian menarik	√	
2	Sudah Ok	√	
3	Enak, joz	√	
4	Enak	√	
5	Manis, enak, tekstur lembut	√	
6	Siip	√	
7	Enak	√	
8	Kurang mengembang		√
9	Tekstur sudah baik, enak	√	
10	Pas semuanya	√	
11	Enak, menarik	√	
12	Tampilan cantik, tekstur empuk, rasa enak	√	
13	Tekstur bagus, rasa pas	√	
14	Enak	√	
15	Sempurna	√	
16	Agak seret, rasa ok, penyajian menarik	√	
17	Enak	√	
18	Rasa kacang merah tidak terasa		√
19	Baik	√	
20	Pas	√	

LAMPIRAN GAMBAR

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
ALAUDDIN
M A K A S S A R

1. *Cake Pie*



2. *Cup Cake*



3. *Small Cake*





RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Yulia Merdekawati, lahir di Ujung pandang, 02 Juli 1993. Penulis merupakan anak pertama dari pasangan Anwar Siajuddin dan Hamriani Usman. Penulis berasal dari Kelurahan Mawang, Kecamatan Somba Opu, Kabupaten Gowa, Propinsi Sulawesi Selatan. Penulis sangat menyukai kegiatan menulis, dan mengajar.

Riwayat Pendidikan

1. **SD. Inpres Macanda** , Gowa-Macanda. Masuk pada tahun 1999 dan lulus pada tahun 2005.
2. **SMP Negeri 4 Sungguminasa**, Sungguminasa-Gowa. Masuk pada tahun 2005 dan lulus pada tahun 2008.
3. **SMA Negeri 3 Sungguminasa**, Sungguminasa-Gowa. Masuk pada tahun 2008 dan lulus pada tahun 2011.
4. **Jurusan Matematika Fakultas Sains & Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar**, masuk pada tahun 2011 dan Insya Allah akan menyelesaikan studi September 2016 ini. Alhamdulillah.
5. **Bekerja menjadi Tenaga Pendidik di Yayasan Pendidikan Nurkarya Tidung Makassar**, Masuk pada 2015 – Sekarang.



TIM VALIDASI PROGRAM STUDI MATEMATIKA

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar

Kampus II : Jalan Sultan Alauddin No. 36, Romang Polong, Gowa. Telp:(0411) 8221400

Jenis cake	spt	suhu	ulangan
1	1	1	60
1	1	2	200
1	1	3	250
1	1	1	15
1	1	2	50
1	1	3	250
1	2	1	125
1	2	2	37.5
1	2	3	75
1	2	1	125
1	2	2	37.5
1	2	3	75
2	1	1	65
2	1	2	200
2	1	3	125
2	1	1	125
2	1	2	25
2	1	3	125
2	2	1	62.5
2	2	2	125
2	2	3	125
2	2	1	125
2	2	2	195
2	2	3	250
3	1	1	75
3	1	2	15
3	1	3	75
3	1	1	170
3	1	2	75
3	1	3	150
3	2	1	75
3	2	2	37.5
3	2	3	75
3	2	1	300
3	2	2	74.5
3	2	3	150



TIM VALIDASI PROGRAM STUDI MATEMATIKA

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar

Kampus II : Jalan Sultan Alauddin No. 36, Romang Polong, Gowa. Telp:(0411) 8221400

level			Ulangan		Total	Rata-Rata
jenis cake	Spt	Suhu	1	2		
1	1	1	60	15	75	37.5
		2	200	50	250	125
		3	250	250	500	250
	2	1	125	125	250	125
		2	37.5	37.5	75	37.5
		3	75	75	150	37.5
2	1	1	65	125	190	95
		2	200	25	225	112.5
		3	125	125	250	125
	2	1	62.5	62.5	125	62.5
		2	70	125	195	97.5
		3	125	125	250	125
3	1	1	95	75	170	85
		2	60	15	75	37.5
		3	75	75	150	37.5
	2	1	225	75	300	150
		2	37	37.5	74.5	37.25
		3	75	75	150	75
TOTAL			1947	1432.5	3379.5	1652.25



UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
ALAUDDIN
M A K A S S A R



TIM VALIDASI PROGRAM STUDI MATEMATIKA

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar

Kampus II : Jalan Sultan Alauddin No. 36, Romang Polong, Gowa. Telp: (0411) 8221400

1. Lampiran 1

Multilevel Factorial Design

Factors: 3 Replicates: 2
Base runs: 18 Total runs: 36
Base blocks: 1 Total blocks: 1

Number of levels: 3, 2, 3

Design Table

Run	Blk	A	B	C
1	1	1	1	1
2	1	1	1	2
3	1	1	1	3
4	1	1	2	1
5	1	1	2	2
6	1	1	2	3
7	1	2	1	1
8	1	2	1	2
9	1	2	1	3
10	1	2	2	1
11	1	2	2	2
12	1	2	2	3
13	1	3	1	1
14	1	3	1	2
15	1	3	1	3
16	1	3	2	1
17	1	3	2	2
18	1	3	2	3
19	1	1	1	1
20	1	1	1	2
21	1	1	1	3
22	1	1	2	1
23	1	1	2	2
24	1	1	2	3
25	1	2	1	1
26	1	2	1	2
27	1	2	1	3
28	1	2	2	1
29	1	2	2	2
30	1	2	2	3
31	1	3	1	1
32	1	3	1	2
33	1	3	1	3
34	1	3	2	1
35	1	3	2	2
36	1	3	2	3



UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
ALAUDDIN
M A K A S S A R



TIM VALIDASI PROGRAM STUDI MATEMATIKA

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar

Kampus II : Jalan Sultan Alauddin No. 36, Romang Polong, Gowa. Telp:(0411) 8221400

2. Lampiran 2

Central Composite Design

Factors: 3 Replicates: 2
Base runs: 20 Total runs: 40
Base blocks: 1 Total blocks: 1

Two-level factorial: Full factorial

Cube points: 16
Center points in cube: 12
Axial points: 12
Center points in axial: 0

Alpha: 1.68179

Design Table

Run	Blk	A	B	C
1	1	-1.00000	-1.00000	-1.00000
2	1	1.00000	-1.00000	-1.00000
3	1	-1.00000	1.00000	-1.00000
4	1	1.00000	1.00000	-1.00000
5	1	-1.00000	-1.00000	1.00000
6	1	1.00000	-1.00000	1.00000
7	1	-1.00000	1.00000	1.00000
8	1	1.00000	1.00000	1.00000
9	1	-1.68179	0.00000	0.00000
10	1	1.68179	0.00000	0.00000
11	1	0.00000	-1.68179	0.00000
12	1	0.00000	1.68179	0.00000
13	1	0.00000	0.00000	-1.68179
14	1	0.00000	0.00000	1.68179
15	1	0.00000	0.00000	0.00000
16	1	0.00000	0.00000	0.00000
17	1	0.00000	0.00000	0.00000
18	1	0.00000	0.00000	0.00000

3. Lampiran 3

Fractional Factorial Design

Factors: 3 Base Design: 3, 4 Resolution: III
Runs: 8 Replicates: 2 Fraction: 1/2
Blocks: 1 Center pts (total): 0

* NOTE * Some main effects are confounded with two way interactions.

Design Generators: C = AB

Defining Relation: I = ABC

Alias Structure



TIM VALIDASI PROGRAM STUDI MATEMATIKA

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar

Kampus II : Jalan Sultan Alauddin No. 36, Romang Polong, Gowa. Telp:(0411) 8221400

I + ABC

A + BC

B + AC

C + AB

Design Table

Run	A	B	C
1	-	-	+
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	+
5	-	-	+
6	+	-	-
7	-	+	-
8	+	+	+

Alias Information for Terms in the Model.

Totally confounded terms were removed from the analysis.

I + A*B*C

A + B*C

B + A*C

C + A*B

* NOTE * Some of the terms requested in MEANS were removed from the analysis.

4. Lampiran 4

Factorial Fit: response versus A, B, C

Estimated Effects and Coefficients for response (coded units)

Term	Effect	Coef	SE Coef	T	P
Constant		214.38	40.84	5.25	0.006
A	8.75	4.37	40.84	0.11	0.920
B	153.75	76.87	40.84	1.88	0.133
C	-116.25	-58.12	40.84	-1.42	0.228

S = 115.502 R-Sq = 58.25% R-Sq(adj) = 26.94%

Analysis of Variance for response (coded units)

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Main Effects	3	74459	74459.4	24820	1.86	0.277
Residual Error	4	53363	53362.5	13341		
Pure Error	4	53363	53362.5	13341		
Total	7	127822				



TIM VALIDASI PROGRAM STUDI MATEMATIKA

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar

Kampus II : Jalan Sultan Alauddin No. 36, Romang Polong, Gowa. Telp:(0411) 8221400

Least Squares Means for response

	Mean	SE Mean
A		
-1	210.0	57.75
1	218.8	57.75
B		
-1	137.5	57.75
1	291.3	57.75
C		
-1	272.5	57.75
1	156.3	57.75

Alias Structure

I + A*B*C
A + B*C
B + A*C
C + A*B

5. Lampiran 5

Response Surface Regression: response versus A, B, C

The following terms cannot be estimated, and were removed.

A*A
B*B
C*C
A*B
A*C
B*C

The analysis was done using coded units.

Estimated Regression Coefficients for response

Term	Coef	SE Coef	T	P
Constant	214.375	40.84	5.250	0.006
A	4.375	40.84	0.107	0.920
B	76.875	40.84	1.883	0.133
C	-58.125	40.84	-1.423	0.228

S = 115.5 R-Sq = 58.3% R-Sq(adj) = 26.9%

Analysis of Variance for response

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Regression	3	74459	74459.4	24819.8	1.86	0.277
Linear	3	74459	74459.4	24819.8	1.86	0.277
Residual Error	4	53362	53362.5	13340.6		
Pure Error	4	53363	53362.5	13340.6		
Total	7	127822				

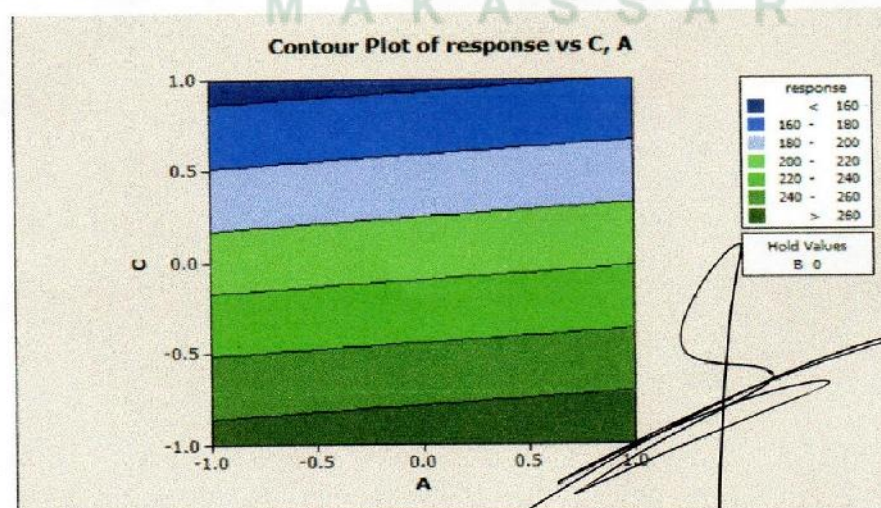
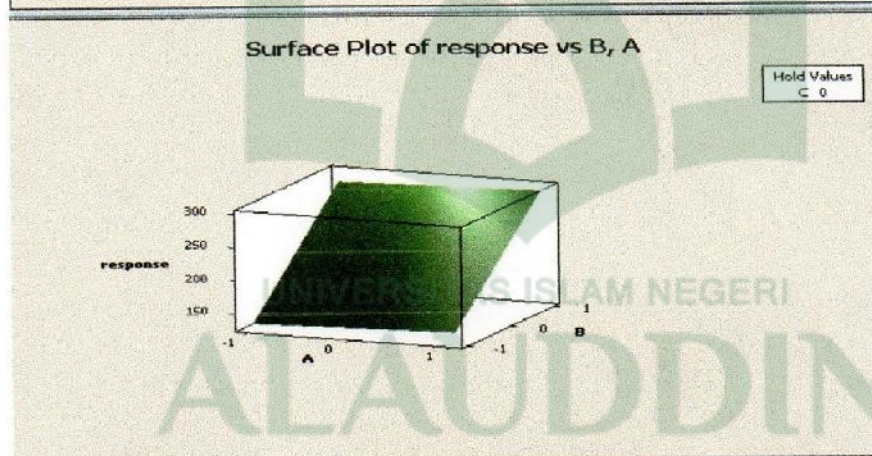
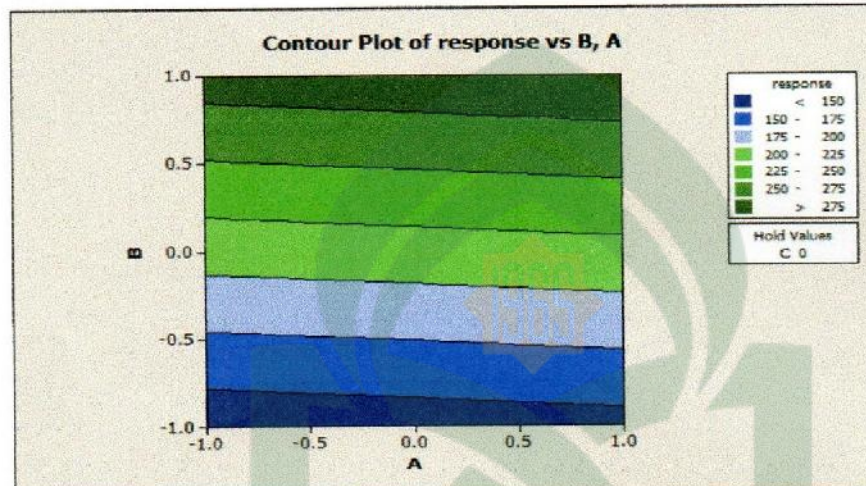


TIM VALIDASI PROGRAM STUDI MATEMATIKA

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar

Kampus II : Jalan Sultan Alauddin No. 36, Romang Polong, Gowa. Telp:(0411) 8221400



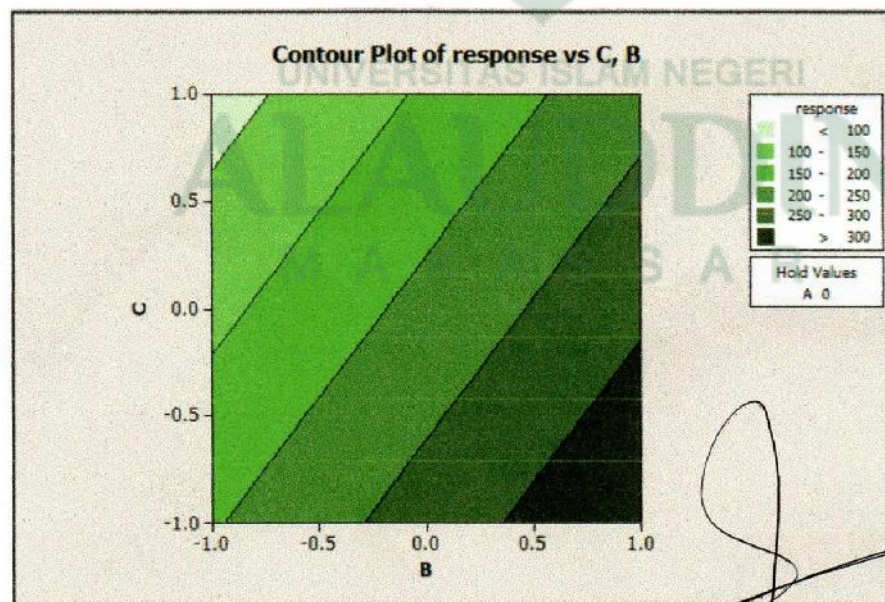
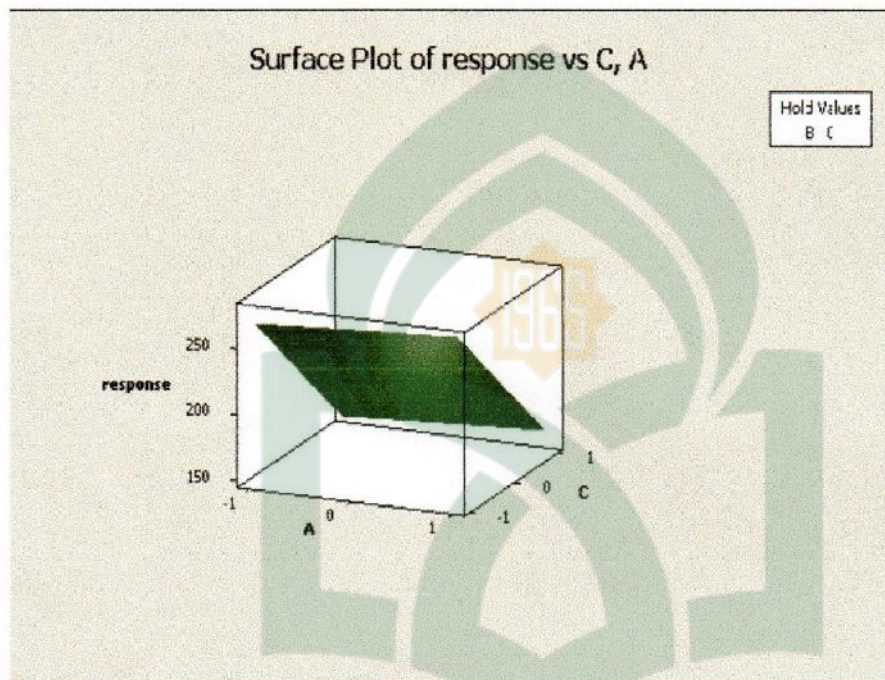


TIM VALIDASI PROGRAM STUDI MATEMATIKA

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar

Kampus II : Jalan Sultan Alauddin No. 36, Romang Polong, Gowa. Telp:(0411) 8221400



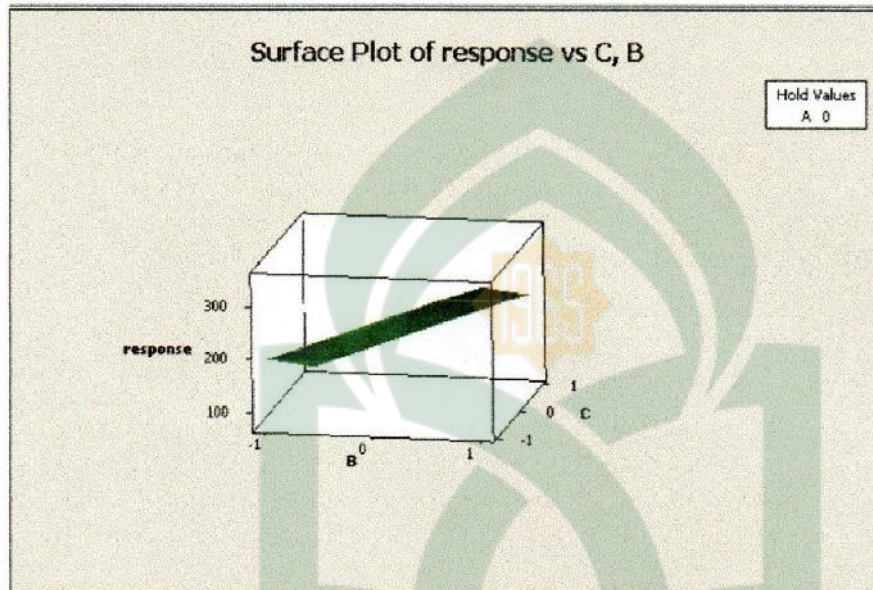


TIM VALIDASI PROGRAM STUDI MATEMATIKA

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar

Kampus II : Jalan Sultan Alauddin No. 36, Romang Polong, Gowa. Telp:(0411) 8221400



Optimal	Hi	A	B	C
D	Cur	1.0	1.0	1.0
1.0000	Lo	[1.0]	[1.0]	[1.0]
		-1.0	-1.0	-1.0

response	UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
Maximum	ALAUDDIN
y = 237.50	MAKASSARA
d = 1.0000	



UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
ALAUDDIN
M A K A S S A R



TIM VALIDASI PROGRAM STUDI MATEMATIKA

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar

Kampus II : Jalan Sultan Alauddin No. 36, Romang Polong, Gowa. Telp:(0411) 8221400

Obs	StdOrder	response	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
1	1	75.000	75.000	81.672	-0.000	-0.00
2	2	250.000	200.000	81.672	50.000	0.61
3	3	500.000	345.000	81.672	155.000	1.90
4	4	250.000	237.500	81.672	12.500	0.15
5	5	75.000	75.000	81.672	-0.000	-0.00
6	6	150.000	200.000	81.672	-50.000	-0.61
7	7	190.000	345.000	81.672	-155.000	-1.90
8	8	225.000	237.500	81.672	-12.500	-0.15

Estimated Regression Coefficients for response using data in uncoded units

Term	Coef
Constant	214.375
A	4.37500
B	76.8750
C	-58.1250

Predicted Response for New Design Points Using Model for response

Point	Fit	SE Fit	95% CI	95% PI
1	75.0	81.6720	(-151.758, 301.758)	(-317.756, 467.756)
2	200.0	81.6720	(-26.758, 426.758)	(-192.756, 592.756)
3	345.0	81.6720	(118.242, 571.758)	(-47.756, 737.756)
4	237.5	81.6720	(10.742, 464.258)	(-155.256, 630.256)
5	75.0	81.6720	(-151.758, 301.758)	(-317.756, 467.756)
6	200.0	81.6720	(-26.758, 426.758)	(-192.756, 592.756)
7	345.0	81.6720	(118.242, 571.758)	(-47.756, 737.756)
8	237.5	81.6720	(10.742, 464.258)	(-155.256, 630.256)

6. Lampiran 7

Response Optimization

Parameters

	Goal	Lower	Target	Upper	Weight
Import response	Maximum	-1	0	0	1
1					

Starting Point

A	=	1
B	=	1
C	=	1

Global Solution

A	=	1
B	=	1
C	=	1

Predicted Responses

response = 237.5, desirability = 1



TIM VALIDASI PROGRAM STUDI MATEMATIKA

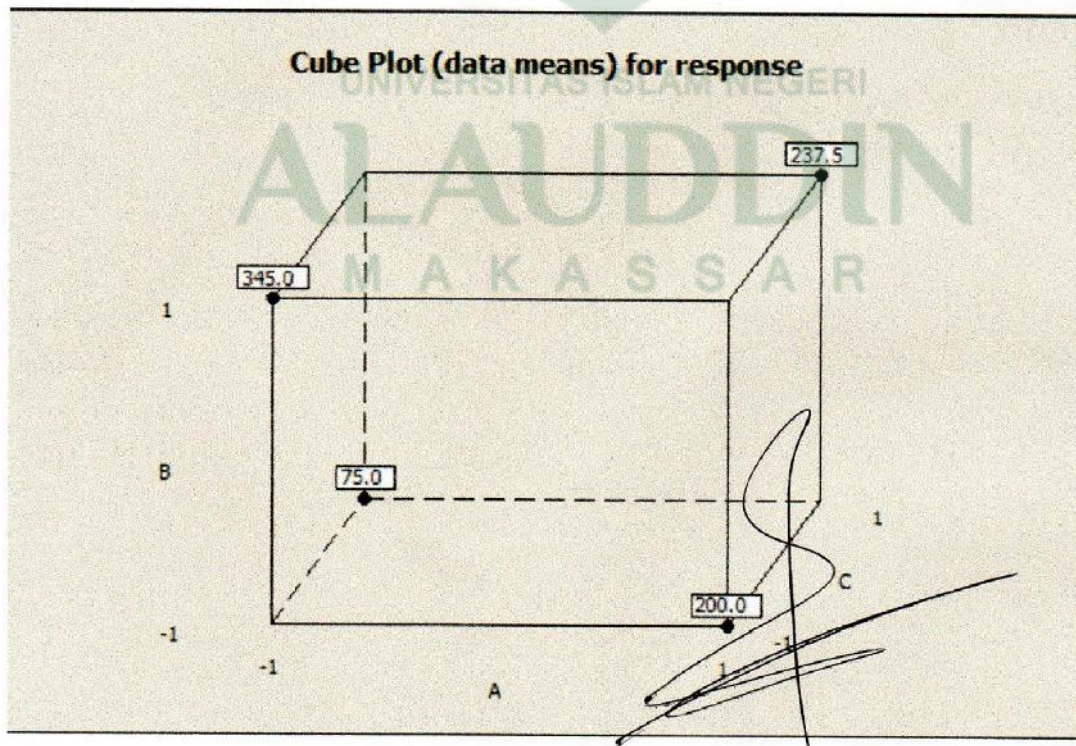
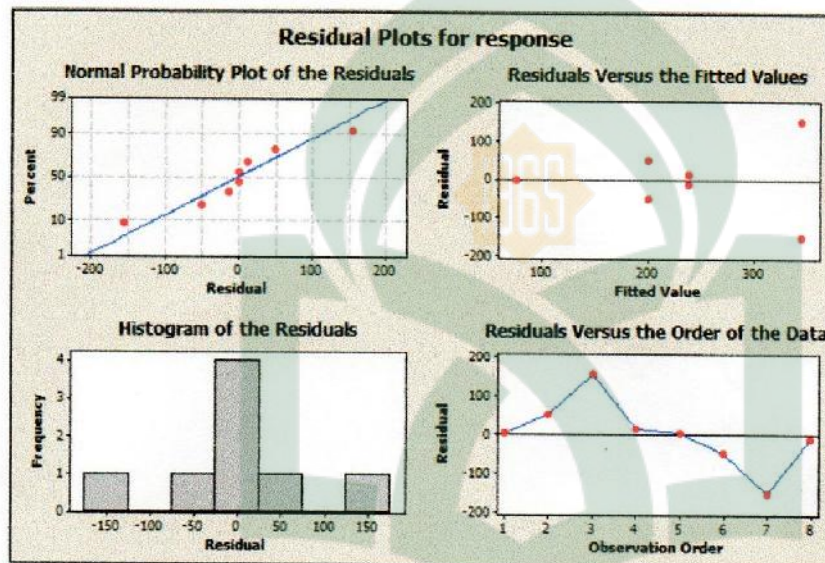
Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar

Kampus II : Jalan Sultan Alauddin No. 36, Romang Polong, Gowa. Telp:(0411) 8221400

Composite Desirability = 1.00000

7. Lampiran 8 (Grafik)





TIM VALIDASI PROGRAM STUDI MATEMATIKA

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar

Kampus II : Jalan Sultan Alauddin No. 36, Romang Polong, Gowa. Telp:(0411) 8221400

